الوحدة 10

الإحصاء والاحتمالات

10-3 : التوزيعات الاحتمالية

ملتزمون يا وطن
المفردات الجديدة
متغير عشوائي
random variable
متغير ثابت منفصل
discrete random variable
متغير عشوائي متصل
continuous random variable
توزيع احتمالي
probability distribution
توزيع احتمالي نظري
theoretical probability distribution
توزيع احتمالي تجريبي
experimental probability distribution
قانون الأعداد الكبيرة
Law of Large Numbers
قيمة التوقع expected value

10-3 : التوزيعات الاحتمالية (صفحة 646)

السابق

- استخدمت الإحصاء لوصف التوزيع المتماثل والملتوي للبيانات.

الحالي

1. إنشاء توزيع احتمالي.
2. تحليل التوزيع الاحتمالي وملخص الإحصائيات ذات الصلة.

لماذا؟

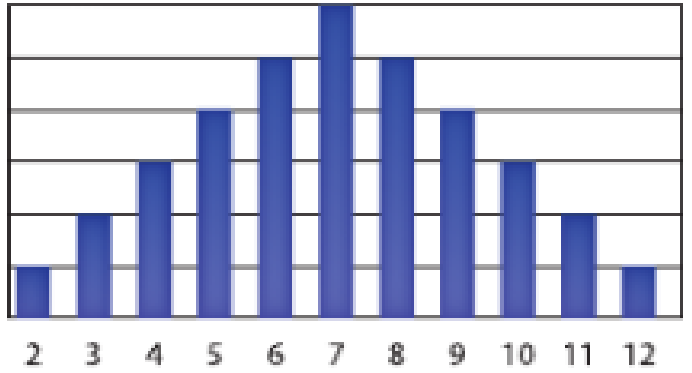
- صناديق الاستثمار المشترك هي استثمارات مُدارة بشكل احترافي وتوفر التنوع للمستثمرين. يمكن أن يساعد التحليل الدقيق للأداء الحالي والمتوقع للصناديق المستثمر على تحديد ما إذا كان الصندوق متناسبًا مع احتياجاته.

10-3 : التوزيعات الاحتمالية (صفحة 646)

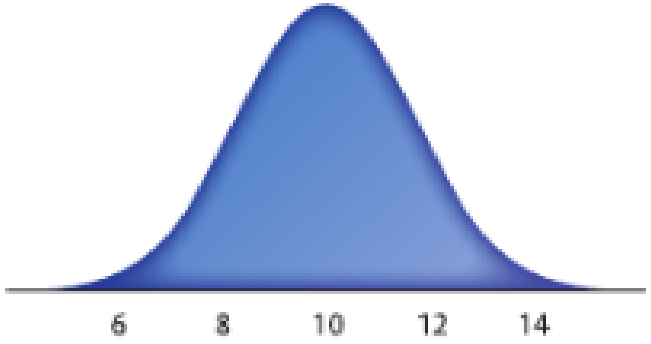
1 إنشاء توزيع احتمالي الفضاء العيني عبارة عن مجموعة تضم جميع النتائج المحتملة في التوزيع.

افترض أن هناك توزيعًا للقيم ممثلاً بمجموع القيم الموجودة على مكعبي أعداد وتوزيعًا للكيلومترات لكل لتر من الوقود في عينة من السيارات.

مجموع مكعبي أعداد



الكيلومترات لكل لتر من الوقود



يمكن أن يكون مجموع القيم الموجودة على مكعب الأعداد أي عدد صحيح من 2 إلى 12. لذا، الفضاء العيني هو [2, 3, ..., 11, 12]. هذا التوزيع متفصل لأن يمكن معرفة عدد القيم المحتملة في الفضاء العيني.

10-3 : التوزيعات الاحتمالية (صفحة 646)

قيمة **المتغير العشوائي** هي الناتج العددي لحدث عشوائي. المتغير العشوائي يمكن أن يكون منفصلاً أو متصلاً.
تمثل **المتغيرات العشوائية المنفصلة** القيم القابلة للعد. يمكن أن تأخذ **المتغيرات العشوائية المتصلة** أية قيمة.

10-3 : التوزيعات الاحتمالية (صفحة 646)

مثال 1 تحديد المتغيرات العشوائية وتصنيفها

حدد المتغير العشوائي في كل توزيع، وصنّفه على أنه *منفصل* أو *متصل*. اشرح استنتاجك.

a. عدد الأناشيد الموجودة ضمن مجموعة عشوائية من مُشغّلات mp3

يمثل المتغير العشوائي X عدد الأناشيد الموجودة على أي مُشغّل mp3 في المجموعة العشوائية من المُشغلات. بما أن الأناشيد قابلة للعد، فإن المتغير X منفصل.

نصيحة دراسية

المنفصل مقابل المتصل

المتغيرات التي تمثل الارتفاع والوزن والسعة ستكون متصلة دائمًا لأنها يمكن أن تأخذ أي قيمة موجبة.

b. أوزان كرات البولينج التي أرسلتها الشركة الصانعة

يمثل المتغير العشوائي X وزن أي كرة بولينج معينة. وزن أي كرة بولينج معينة يمكن أن يأخذ أي قيمة ضمن نطاق معين، يتراوح عادة بين 6 kg إلى 8 kg. لذلك فالمتغير X متصل.

10-3 : التوزيعات الاحتمالية (صفحة 646)

تمرين موجّه **حدد المتغير العشوائي في كل توزيع، وصنّفه على أنه منفصل أو متصل. اشرح استنتاجك.**

1A. بعد المسافات الدقيق لعينة من رميات القرص

1A. المتغير العشوائي X هو المسافة المقطوعة في كل رمية. وبما أن المسافة يمكن أن تكون في أي مكان ضمن مدى محدّد، إذًا المتغير X متصل.

1B. أعمار المرشدين في مخيم صيفي

1B. المتغير العشوائي X هو أعمار المستشارين. وبما أن الأعمار قابلة للعد، إذًا المتغير X منفصل.

10-3 : التوزيعات الاحتمالية (صفحة 651)

التحقق من فهمك

مثال 1 **حدد المتغير العشوائي في كل توزيع، وصنِّفه على أنه *منفصل* أو *متصل*. اشرح استنتاجك.**

1. عدد الصفحات المرتبطة بصفحة ويب

1. المتغير العشوائي X هو عدد الصفحات المرتبطة بصفحة ويب معينة. والصفحات قابلة للعد، إذًا المتغير X منفصل.

2. عدد المحطات الموجودة في باقة المحطة التلفزيونية

2. المتغير العشوائي X هو عدد المحطات الموجودة في باقة المحطة التلفزيونية. المحطات التلفزيونية قابلة للعد، لذا فإن المتغير X منفصل.

التحقق من فهمك

مثال 1 **حدد المتغير العشوائي في كل توزيع، وصنِّفه على أنه *منفصل* أو *متصل*. اشرح استنتاجك.**

3. مقدار هطول الأمطار في إحدى المدن شهريًا

3. المتغير العشوائي X هو مقدار المشاركة في مدينة معينة شهريًا. وبما أن المشاركة يمكن أن تكون في أي مدى محدّد. إذًا المتغير X متصل.

4. عدد السيارات التي تمر عبر تقاطع طرق خلال فترة زمنية معينة

4. المتغير العشوائي X هو عدد السيارات المارة عبر تقاطع معين. السيارات قابلة للعد، إذًا المتغير X منفصل.

التحقق من فهمك

مثال 1 **حدد المتغير العشوائي في كل توزيع، وصنِّفه على أنه *منفصل* أو *متصل*. اشرح استنتاجك.**

6. عدد الرسائل المستلمة كل أسبوع

6. المتغير العشوائي X هو عدد النصوص أسبوعيًا. وبما أن النصوص قابلة للعد، إذًا المتغير X منفصل.

7. عدد الإعجابات بصفحة الويب

7. المتغير العشوائي X هو عدد الإعجابات بصفحة ويب. الإعجابات يمكن عدها، إذًا المتغير X منفصل.

التحقق من فهمك

مثال 1 **حدد المتغير العشوائي في كل توزيع، وصنِّفه على أنه *منفصل* أو *متصل*. اشرح استنتاجك.**

8. طول نبات بعد فترة زمنية معينة

8. المتغير العشوائي X هو طول نبتة ما. يمكن للطول أن يكون بأي مكان ضمن مدى محدد. إذًا، المتغير X متصل.

9. عدد الملفات المتضررة من فيروس الكمبيوتر

9. المتغير العشوائي X هو عدد الملفات التي أُصيبت بفيروس خاص بأجهزة الكمبيوتر. الملفات يمكن عدها، إذًا المتغير X منفصل.

10-3 : التوزيعات الاحتمالية (صفحة 647)

التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي معين هو دالة تحدد الفضاء العيني لاحتمالات النتائج المتعلقة به. يمكن تمثيل التوزيعات الاحتمالية باستخدام الجداول أو المعادلات أو التمثيلات البيانية. في هذا الدرس، سنركز على التوزيعات الاحتمالية المنفصلة.

يتميز التوزيع الاحتمالي بالخصائص التالية.

المفهوم الأساسي : التوزيع الاحتمالي

- **يمكن تحديد توزيع احتمالي نظريا أو تجريبيا .**
- **التوزيع الاحتمالي يمكن أن يكون منفصلا أو متصلا .**
- **يجب أن يكون احتمال كل قيمة من قيم x مساوية ل 0 على الأقل ولا تزيد عن 1 .** $0 \leq p(x) \leq 1$
- **يجب أن يكون مجموع كل الاحتمالات لجميع قيم x المحتملة مساويا ل 1 وذلك يعني** $\sum p(x) = 1$

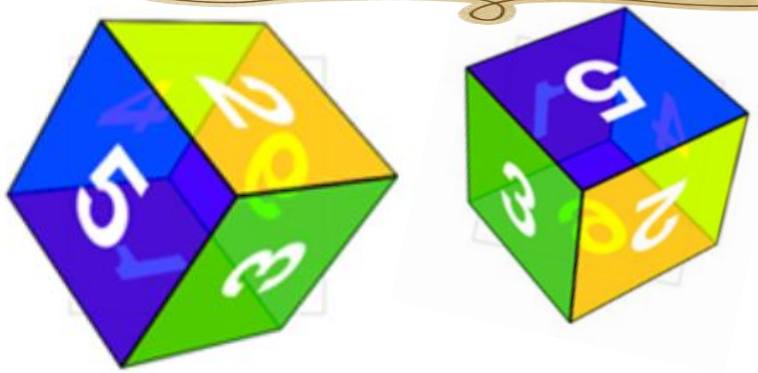
10-3: التوزيعات الاحتمالية (صفحة 647)

يعتمد **التوزيع الاحتمالي النظري** على ما يُتوقع حدوثه. على سبيل المثال، توزيع رمي قطعة نقد معدنية سليمة ومتوازنة هو P (صورة) $= 0.5$, P (كتابة) $= 0.5$.

مراجعة المفردات

الاحتمالات النظرية والتجريبية

تستند الاحتمالات النظرية إلى افتراضات، بينما تستند الاحتمالات التجريبية إلى التجارب.



مثال 2 إنشاء توزيع احتمالي نظري

تمثل X مجموع القيم على مكعبي أعداد.

a. أنشئ جدول تكرار نسبي.

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

مثال 2 إنشاء توزيع احتمالي نظري

تمثل X مجموع القيم على مكعبي أعداد.

a. أنشئ جدول تكرار نسبي.

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

10-3 : التوزيعات الاحتمالية (صفحة 647)

مثال 2 إنشاء توزيع احتمالي نظري

تمثل X مجموع القيم على مكعبي أعداد.

a. أنشئ جدول تكرار نسبي.

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

المجموع											
التكرار											
التكرار النسبي											

مثال 2 إنشاء توزيع احتمالي نظري

تمثل X مجموع القيم على مكعبي أعداد.

a. أنشئ جدول تكرار نسبي.

المجموع	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
التكرار	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1
التكرار النسبي	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{36}$

b. مثّل بيانيًا التوزيع الاحتمالي النظري.

مثال 2 إنشاء توزيع احتمالي نظري

تمثل X مجموع القيم على مكعبي أعداد.

a. أنشئ جدول تكرار نسبي.

المجموع	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
التكرار	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1
التكرار النسبي	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{36}$

b. مثّل بيانيًا التوزيع الاحتمالي النظري.

مثال 2 إنشاء توزيع احتمالي نظري

تمثل X مجموع القيم على مكعبي أعداد.

a. أنشئ جدول تكرار نسبي.

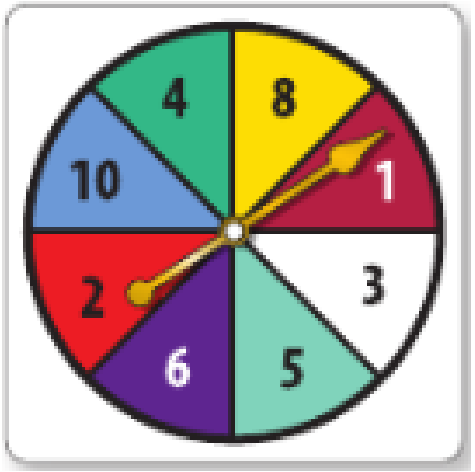
المجموع	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
التكرار	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1
التكرار النسبي	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{36}$

b. مثّل بيانيًا التوزيع الاحتمالي النظري.

يوضح التمثيل البياني التوزيع الاحتمالي لمجموع القيم الموجودة على مكعبي أعداد X. الأعمدة منفصلة في التمثيل البياني لأن التوزيع منفصل (لا توجد قيم X أخرى محتملة).

يُشار إلى كل نتيجة فريدة من نتائج X على المحور الأفقي، بينما يُشار إلى احتمال كل نتيجة تحدث $P(X)$ على المحور الرأسي.

تمرين موجّه



2. تمثل X مجموع قيم دورتين للقرص.

A. أنشئ جدول تكرار نسبي.

B. مثّل بيانيًا التوزيع الاحتمالي النظري.

10-3 : التوزيعات الاحتمالية (صفحة 647)

تمرين **موجّه**

2. تمثل X مجموع قيم دورتين للقرص.

A. أنشئ جدول تكرار نسبي.

	1	2	3	4	5	6	8	10
1								
2								
3								
4								
5								
6								
8								
10								

10-3 : التوزيعات الاحتمالية (صفحة 647)

- تمرين موجّه

2. تمثل X مجموع قيم دورتين للقرص.

A. أنشئ جدول تكرار نسبي.

	1	2	3	4	5	6	8	10
1	2	3	4	5	6	7	9	11
2	3	4	5	6	7	8	10	12
3	4	5	6	7	8	9	11	13
4	5	6	7	8	9	10	12	14
5	6	7	8	9	10	11	13	15
6	7	8	9	10	11	12	14	16
8	9	10	11	12	13	14	16	18
10	11	12	13	14	15	16	18	20

المجموع																	
التكرار																	
التكرار النسبي																	

10-3 : التوزيعات الاحتمالية (صفحة 647)

تمرين موجّه

2. تمثل X مجموع قيم دورتين للقرص.

A. أنشئ جدول تكرار نسبي.

	1	2	3	4	5	6	8	10
1	2	3	4	5	6	7	9	11
2	3	4	5	6	7	8	10	12
3	4	5	6	7	8	9	11	13
4	5	6	7	8	9	10	12	14
5	6	7	8	9	10	11	13	15
6	7	8	9	10	11	12	14	16
8	9	10	11	12	13	14	16	18
10	11	12	13	14	15	16	18	20

المجموع	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	20
التكرار	1	2	3	4	5	6	5	6	5	6	5	4	4	2	3	2	1
التكرار النسبي	1/64	2/64	3/64	4/64	6/64	6/64	5/64	6/64	5/64	6/64	5/64	4/64	4/64	2/64	3/64	2/64	1/64

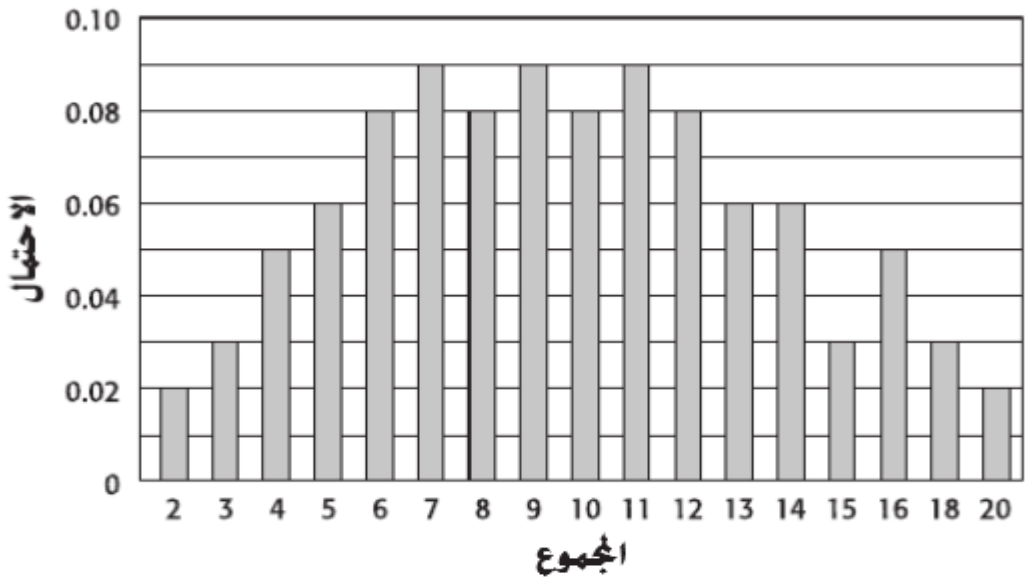
10-3 : التوزيعات الاحتمالية (صفحة 647)

تمرين موجّه

2. تمثل X مجموع قيم دورتين للقرص. **B.** مثل بيانيًا التوزيع الاحتمالي النظري.

المجموع	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	20
التكرار	1	2	3	4	5	6	5	6	5	6	5	4	4	2	3	2	1
التكرار النسبي	1/64	2/64	3/64	4/64	6/64	6/64	5/64	6/64	5/64	6/64	5/64	4/64	4/64	2/64	3/64	2/64	1/64

2B.



2 تحليل توزيع احتمالي

تُستخدم التوزيعات الاحتمالية غالبًا لتحليل البيانات المالية. ولعل الإحصاءين الأكثر استخدامًا في تحليل الاحتمالية المنفصلة هما المتوسط – أو قيمة التوقع – والمتغير المعياري.

قيمة التوقع $E(X)$ لمتغير عشوائي منفصل من توزيع احتمالي هي المتوسط الحسابي المرجح للمتغير.

المفهوم الأساسي قيمة التوقع للمتغير الثابت المنفصل

الشرح قيمة التوقع للمتغير الثابت المنفصل هي المتوسط المرجح لقيم المتغير. ويمكن حسابها بإيجاد مجموع نواتج ضرب كل قيمة X محتملة والاحتمال المرتبط بها $P(X)$.

الرموز

$$E(X) = \Sigma [X \cdot P(X)]$$

مثال 4 من الحياة اليومية قيمة التوقع

مسابقة ربح أحد المتسابقين فرصة واحدة لتدوير القرص الموضح على اليسار.
جـــد قيمة التوقع لما سيكسبه.

مثال 4 من الحياة اليومية قيمة التوقع

مسابقة ربح أحد المتسابقين فرصة واحدة لتدوير القرص الموضح على اليسار.
جـــد قيمة التوقع لما سيكسبه.

تُمثل كل قيمة جائزة إحدى قيم X وتمثل كل نسبة مئوية الاحتمال المناظر لها $P(X)$ جـــد قيمة $E(X)$.

$$E(X) = \Sigma[X \cdot P(X)].$$

$$= 0(0.20) + 25{,}000(0.08) + 15{,}000(0.14) + 10{,}000(0.22) + 5000(0.36)$$

$$= 0 + 2000 + 2100 + 2200 + 1800$$

$$= 8100$$

قيمة توقع المبلغ الذي سيكسبه المتسابق هو AED 8100.

10-3 : التوزيعات الاحتمالية (صفحة 649)

تمرين موجّه

4. **جوائز** ربح حارب تذكرة للحصول على جائزة. يوضح الجدول التالي قيم التذاكر والتكرارات النسبية المرتبطة بها. جـــد قيمة التوقع لما سيكسبه.

القيمة (AED)	1	10	100	1000	5000	25,000
التكرار	5000	100	25	5	1	1

10-3 : التوزيعات الاحتمالية (صفحة 649)

تمرين موجّه

4. **جوائز** ربح حارب تذكرة للحصول على جائزة. يوضح الجدول التالي قيم التذاكر والتكرارات النسبية المرتبطة بها. جـــد قيمة التوقع لما سيكسبه.

القيمة (AED)	1	10	100	1000	5000	25,000
التكرار	5000	100	25	5	1	1

حوالي AED 8.48

10-3 : التوزيعات الاحتمالية (صفحة 649)

في بعض الأحيان، لا توفر قيمة التوقع معلومات كافية لتحليل التوزيع الاحتمالي بالكامل. على سبيل المثال، لنفترض أن قرصين لهما نفس قيمة التوقع تقريبًا. أي القرصين ستختار؟ أيهما أكثر مخاطرة؟ يمكن أن يوفر الانحراف المعياري رؤية متعمقة لقيمة توقع التوزيع الاحتمالي.

قانون حساب الانحراف المعياري لتوزيع احتمالي هو ذاته المستخدم لمجموعة من البيانات.

المفهوم الأساسي الانحراف المعياري للتوزيع الاحتمالي

الشرح لكل قيمة من قيم X، اطرح التوقع من X وقم بتربيع الفرق. ثم اضرب في احتمال X. مجموع كلٍ من نواتج الضرب هذه يمثل التباين. الانحراف المعياري هو الجذر التربيعي للتباين.

الرموز

التباين: $\sigma^2 = \Sigma[[X - E(X)]^2 \cdot P(X)]$

الانحراف المعياري: $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

10-3 : التوزيعات الاحتمالية (صفحة 650)

مثال 5 من الحياة اليومية الانحراف المعياري للتوزيع

اتخاذ القرارات يفكر حسام في استثمار AED10,000 في صندوقي استثمار مختلفين. فيما يلي المعدل المتوقع للعائدات والاحتمال المطابق لكل صندوق.

الصندوق A:
احتمال بنسبة 50% لربح قدره AED 800
احتمال بنسبة 20% لربح قدره AED 1200
احتمال بنسبة 20% لربح قدره AED 600
احتمال بنسبة 10% لخسارة قدرها AED 100

الصندوق B
احتمال بنسبة 30% لربح قدره AED 2400
احتمال بنسبة 10% لربح قدره AED 1900
احتمال بنسبة 40% لخسارة قدرها AED 200
احتمال بنسبة 20% لخسارة قدرها AED 400

a. جـــد قيمة التوقع لكل استثمار.

10-3 : التوزيعات الاحتمالية (صفحة 650)

مثال 5 من الحياة اليومية الانحراف المعياري للتوزيع

اتخاذ القرارات يفكر حسام في استثمار AED10,000 في صندوقي استثمار مختلفين. فيما يلي المعدل المتوقع للعائدات والاحتمال المطابق لكل صندوق.

الصندوق A:

احتمال بنسبة 50% لربح قدره AED 800
احتمال بنسبة 20% لربح قدره AED 1200
احتمال بنسبة 20% لربح قدره AED 600
احتمال بنسبة 10% لخسارة قدرها AED 100

الصندوق B

احتمال بنسبة 30% لربح قدره AED 2400
احتمال بنسبة 10% لربح قدره AED 1900
احتمال بنسبة 40% لخسارة قدرها AED 200
احتمال بنسبة 20% لخسارة قدرها AED 400

a. جـــد قيمة التوقع لكل استثمار.

الصندوق A: $E(X) = 0.50(800) + 0.20(1200) + 0.20(600) + 0.10(-100)$ أو 750

الصندوق B: $E(X) = 0.30(2400) + 0.10(1900) + 0.40(-200) + 0.20(-400)$ أو 750

الاستثمار بقيمة AED 10,000 في الصندوق A أو الصندوق B سيتوقع أن يُدر عائدًا قدره AED 750.

10-3 : التوزيعات الاحتمالية
(صفحة 650)

اتخاذ القرارات يفكر حسام في استثمار AED10,000 في صندوقي استثمار مختلفين. فيما يلي المعدل المتوقع للعائدات والاحتمال المطابق لكل صندوق.

الصندوق A:
احتمال بنسبة 50% لربح قدره AED 800
احتمال بنسبة 20% لربح قدره AED 1200
احتمال بنسبة 20% لربح قدره AED 600
احتمال بنسبة 10% لخسارة قدرها AED 100

الصندوق B
احتمال بنسبة 30% لربح قدره AED 2400
احتمال بنسبة 10% لربح قدره AED 1900
احتمال بنسبة 40% لخسارة قدرها AED 200
احتمال بنسبة 20% لخسارة قدرها AED 400

b. جـد كل انحراف معياري.

الصندوق A:

اتخاذ القرارات يفكر حسام في استثمار AED10,000 في صندوقي استثمار مختلفين. فيما يلي المعدل المتوقع للعائدات والاحتمال المطابق لكل صندوق.

الصندوق A:
احتمال بنسبة 50% لربح قدره AED 800
احتمال بنسبة 20% لربح قدره AED 1200
احتمال بنسبة 20% لربح قدره AED 600
احتمال بنسبة 10% لخسارة قدرها AED 100

الصندوق B
احتمال بنسبة 30% لربح قدره AED 2400
احتمال بنسبة 10% لربح قدره AED 1900
احتمال بنسبة 40% لخسارة قدرها AED 200
احتمال بنسبة 20% لخسارة قدرها AED 400

b. جـد كل انحراف معياري.

الصندوق A:

الربح، X	$P(X)$	$[X - E(X)]^2$	$[X - E(X)]^2 \cdot P(X)$
800	0.50	$(800 - 750)^2 = 2500$	$2500 \cdot 0.50 = 1250$
1200	0.20	$(1200 - 750)^2 = 202{,}500$	$202{,}500 \cdot 0.20 = 40{,}500$
600	0.20	$(600 - 750)^2 = 22{,}500$	$22{,}500 \cdot 0.20 = 4500$
−100	0.10	$(-100 - 750)^2 = 722{,}500$	$722{,}500 \cdot 0.10 = 72{,}250$
			$\Sigma[[(X - E(X)]^2 \cdot P(X)] = 118{,}500$
			$\sqrt{118{,}500} \approx 344.2$

10-3 : التوزيعات الاحتمالية
(صفحة 650)

اتخاذ القرارات يفكر حسام في استثمار AED10,000 في صندوقي استثمار مختلفين. فيما يلي المعدل المتوقع للعائدات والاحتمال المطابق لكل صندوق.

الصندوق A:
احتمال بنسبة 50% لربح قدره AED 800
احتمال بنسبة 20% لربح قدره AED 1200
احتمال بنسبة 20% لربح قدره AED 600
احتمال بنسبة 10% لخسارة قدرها AED 100

الصندوق B
احتمال بنسبة 30% لربح قدره AED 2400
احتمال بنسبة 10% لربح قدره AED 1900
احتمال بنسبة 40% لخسارة قدرها AED 200
احتمال بنسبة 20% لخسارة قدرها AED 400

b. جـد كل انحراف معياري.

الصندوق B:

اتخاذ القرارات يفكر حسام في استثمار AED10,000 في صندوقي استثمار مختلفين. فيما يلي المعدل المتوقع للعائدات والاحتمال المطابق لكل صندوق.

الصندوق A:
احتمال بنسبة 50% لربح قدره AED 800
احتمال بنسبة 20% لربح قدره AED 1200
احتمال بنسبة 20% لربح قدره AED 600
احتمال بنسبة 10% لخسارة قدرها AED 100

الصندوق B
احتمال بنسبة 30% لربح قدره AED 2400
احتمال بنسبة 10% لربح قدره AED 1900
احتمال بنسبة 40% لخسارة قدرها AED 200
احتمال بنسبة 20% لخسارة قدرها AED 400

b. جـد كل انحراف معياري.

الصندوق B:

الربح، X	$P(X)$	$[X - E(X)]^2$	$[X - E(X)]^2 \cdot P(X)$
2400	0.30	$(2400 - 750)^2 = 2,722,500$	$2,722,500 \cdot 0.30 = 816,750$
1900	0.10	$(1900 - 750)^2 = 1,322,500$	$1,322,500 \cdot 0.10 = 132,250$
−200	0.40	$(-200 - 750)^2 = 902,500$	$902,500 \cdot 0.40 = 361,000$
−400	0.20	$(-400 - 750)^2 = 1,322,500$	$1,322,500 \cdot 0.20 = 264,500$
			$\Sigma[[(X - E(X)]^2 \cdot P(X)] = 1,574,500$
			$\sqrt{1,574,500} \approx 1254.8$

اتخاذ القرارات يفكر حسام في استثمار AED10,000 في صندوقي استثمار مختلفين. فيما يلي المعدل المتوقع للعائدات والاحتمال المطابق لكل صندوق.

10-3 : التوزيعات الاحتمالية
(صفحة 650)

الصندوق A:
احتمال بنسبة 50% لربح قدره AED 800
احتمال بنسبة 20% لربح قدره AED 1200
احتمال بنسبة 20% لربح قدره AED 600
احتمال بنسبة 10% لخسارة قدرها AED 100

الصندوق B
احتمال بنسبة 30% لربح قدره AED 2400
احتمال بنسبة 10% لربح قدره AED 1900
احتمال بنسبة 40% لخسارة قدرها AED 200
احتمال بنسبة 20% لخسارة قدرها AED 400

c. ما الاستثمار الذي تنصح حسام باختياره، ولماذا؟

ينبغي لحسام اختيار الصندوق A. على الرغم من أن كلا الصندوقين يتميزان بقيم توقع متطابقة، إلا أن الانحراف المعياري للصندوق B يبلغ تقريبًا أربعة أمثال الانحراف المعياري للصندوق A. وهذا معناه أن قيمة التوقع للصندوق B ستكون قرابة أربعة أمثال قابلية التباين مقارنة بالصندوق A وسيكون أكثر عرضة للمخاطر مع وجود فرصة أكبر للربح والخسارة.

تمرين موجّه

5. **اتخاذ القرارات** قارن استثمارًا بقيمة AED 10,000 في صندوقين. ما الاستثمار الذي توصي به، ولماذا؟

الصندوق D
احتمال بنسبة 40% لربح قدره AED 1000
احتمال بنسبة 30% لربح قدره AED 600
احتمال بنسبة 15% لربح قدره AED 100
احتمال بنسبة 15% لخسارة قدرها AED 200

الصندوق C
احتمال بنسبة 30% لربح قدره AED 1000
احتمال بنسبة 40% لربح قدره AED 500
احتمال بنسبة 20% لخسارة قدرها AED 100
احتمال بنسبة 10% لخسارة قدرها AED 300

10-3 : التوزيعات الاحتمالية
(صفحة 650)

تمرين **موجّه**

5. **اتخاذ القرارات** قارن استثمارًا بقيمة AED 10,000 في صندوقين. ما الاستثمار الذي توصي به، ولماذا؟

الصندوق D
احتمال بنسبة 40% لربح قدره AED 1000
احتمال بنسبة 30% لربح قدره AED 600
احتمال بنسبة 15% لربح قدره AED 100
احتمال بنسبة 15% لخسارة قدرها AED 200

الصندوق C
احتمال بنسبة 30% لربح قدره AED 1000
احتمال بنسبة 40% لربح قدره AED 500
احتمال بنسبة 20% لخسارة قدرها AED 100
احتمال بنسبة 10% لخسارة قدرها AED 300

a. **جـد قيمة التوقع لكل استثمار.**

10-3 : التوزيعات الاحتمالية
(صفحة 650)

تمرين موجّه

5. **اتخاذ القرارات** قارن استثمارًا بقيمة AED 10,000 في صندوقين. ما الاستثمار الذي توصي به، ولماذا؟

الصندوق D
احتمال بنسبة 40% لربح قدره AED 1000
احتمال بنسبة 30% لربح قدره AED 600
احتمال بنسبة 15% لربح قدره AED 100
احتمال بنسبة 15% لخسارة قدرها AED 200

الصندوق C
احتمال بنسبة 30% لربح قدره AED 1000
احتمال بنسبة 40% لربح قدره AED 500
احتمال بنسبة 20% لخسارة قدرها AED 100
احتمال بنسبة 10% لخسارة قدرها AED 300

b. جـد كل انحراف معياري.

الصندوق C

10-3 : التوزيعات الاحتمالية
(صفحة 650)

تمرين موجّه

5. **اتخاذ القرارات** قارن استثمارًا بقيمة AED 10,000 في صندوقين. ما الاستثمار الذي توصي به، ولماذا؟

الصندوق D	الصندوق C
احتمال بنسبة 40% لربح قدره AED 1000	احتمال بنسبة 30% لربح قدره AED 1000
احتمال بنسبة 30% لربح قدره AED 600	احتمال بنسبة 40% لربح قدره AED 500
احتمال بنسبة 15% لربح قدره AED 100	احتمال بنسبة 20% لخسارة قدرها AED 100
احتمال بنسبة 15% لخسارة قدرها AED 200	احتمال بنسبة 10% لخسارة قدرها AED 300

b. جـد كل انحراف معياري.

الصندوق D

5. الصندوق C: $E(X) =$ AED 450؛ $\sigma \approx 456.6$؛
الصندوق D: $E(X) =$ AED565، $\sigma \approx 443$؛
الإجابة النموذجية:
صندوقا الاستثمار C و D لهما الانحراف المعياري ذاته، وبالتالي سيكون لهما المخاطر ذاتها. لذا، سيكون الصندوق D الأفضل للاستثمار لأن له قيمة توقع تبلغ AED 565، وهي أكبر من قيمة التوقع للصندوق C والبالغة AED 450.