

CHAPTER

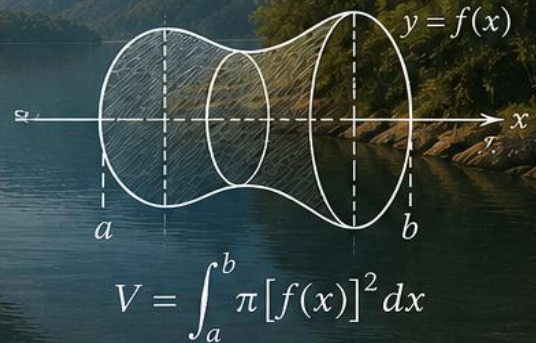
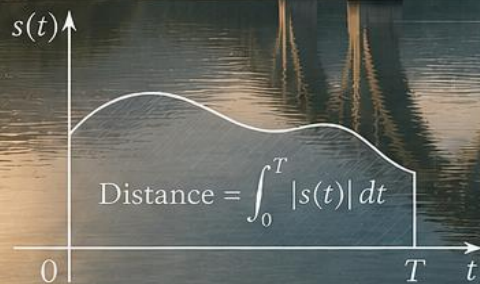
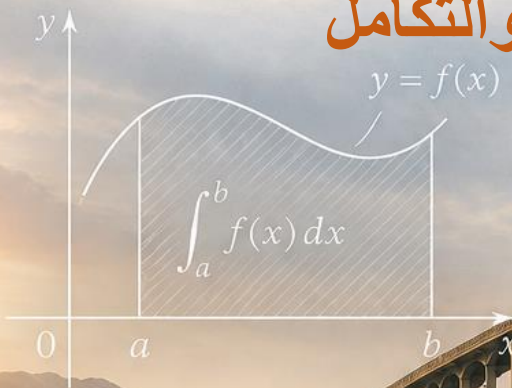
6

APPLICATIONS OF THE DEFINITE INTEGRAL

تطبيقات التفاضل والتكامل

$y = f(x)$ Imad Odeh

2025-2026



IMAD ODEH

12 ADVANCED

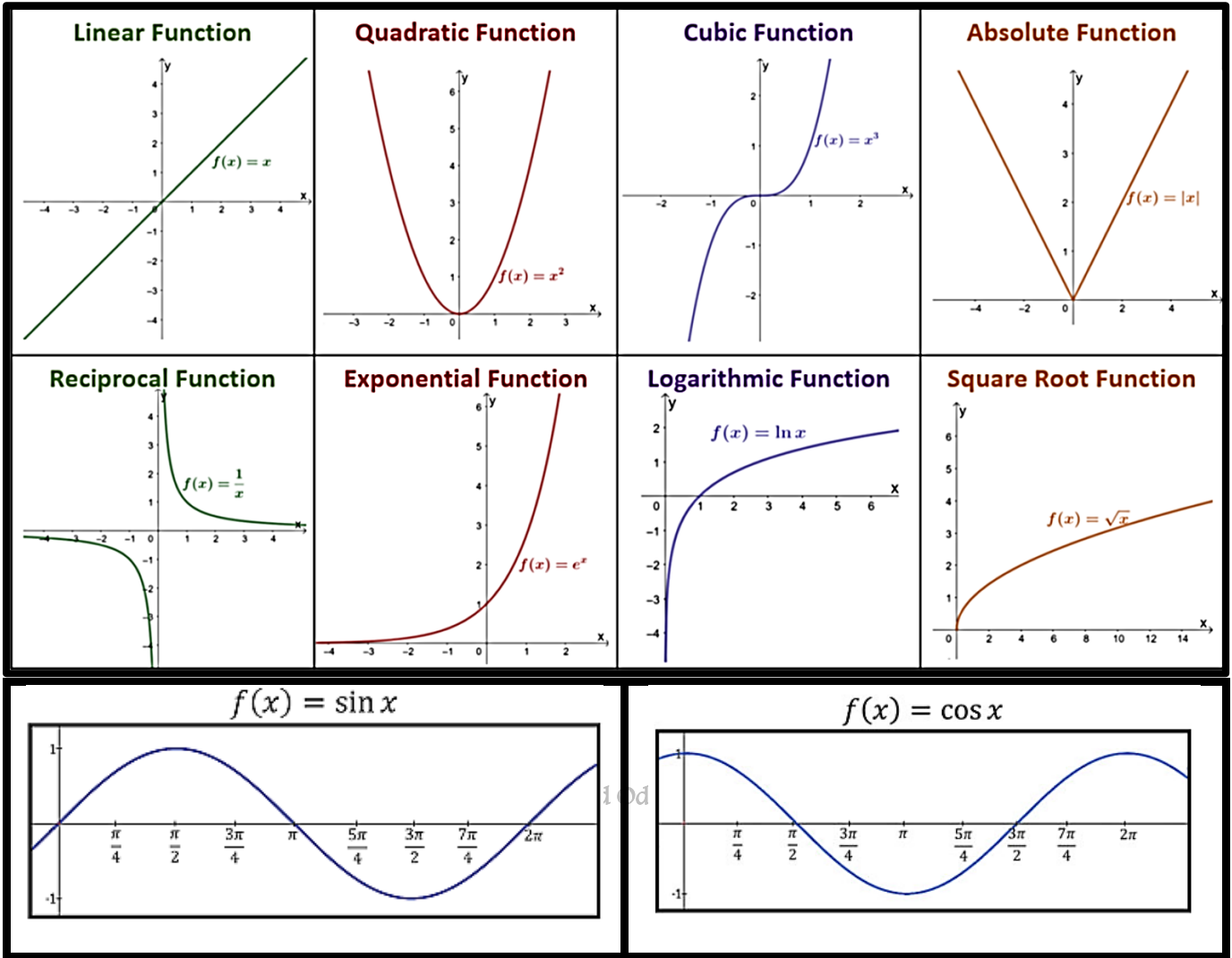
الفصل الثالث 3 Tri

Lesson		الدرس	
6-1	AREA BETWEEN CURVES	المساحة بين المنحنيات	6-1
6-2	VOLUME: SLICING, DISKS AND WASHERS	الحجوم الشرائح، الأقراص والحلقات	6-2
6-4	ARC LENGTH AND SURFACE AREA	طول القوس والمساحة السطحية	6-4
6-5	PROJECTILE MOTION	المقذوفات	6-5
	Review Exercises	تمارين المراجعة	

Integration rules قواعد التكامل

$\int k \, dx = kx + c$	$\int kx \, dx = \frac{kx^2}{2} + c$	$\int x^r \, dx = \frac{x^{r+1}}{r+1} + c$	
$\int \sin x \, dx = -\cos x + c$	$\int \cos x \, dx = \sin x + c$	$\int \sec^2 x \, dx = \tan x + c$	
$\int \sin kx \, dx = -\frac{1}{k} \cos kx + c$	$\int \cos kx \, dx = \frac{1}{k} \sin kx + c$	$\int \sec^2 kx \, dx = \frac{1}{k} \tan kx + c$	
$\int \csc^2 x \, dx = -\cot x + c$	$\int \sec x \tan x \, dx = \sec x + c$	$\int \csc x \cot x \, dx = -\csc x + c$	
$\int e^x \, dx = e^x + c$	$\int e^{ax+b} \, dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + c$	$\int \frac{1}{x} \, dx = \ln x + c$	$\int \frac{f'(x)}{f(x)} \, dx = \ln f(x) + c$
$\int \frac{1}{1+x^2} \, dx = \tan^{-1} x + c$	$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx = \sin^{-1} x + c$		
$\int \frac{1}{ x \sqrt{x^2-1}} \, dx = \sec^{-1} x + c$	$\int \frac{1}{ x \sqrt{x^2-1}} \, dx = \sec^{-1} x + c$		

Parent Functions للرسم البياني للدوال الأساسية



إيجاد نقاط التقاطع بين المنحنيات

لإيجاد نقاط التقاطع بين المنحنى $y = f(x)$ والمنحنى $y = g(x)$ نقوم بمساواة المنحنيين كما في المثال التالي
مثال: - اوجد نقاط التقاطع بين

$$y = 3 - x \text{ and } y = x^2 - 9.$$

لإيجاد نقاط التقاطع نضع

$$x^2 - 9 = 3 - x$$

ثم نقوم بحلها

بالتحليل او بالآلة

$$x^2 - 9 + x - 3 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 12 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 4) = 0$$

$$x = 3 , x = -4$$

وعليها تكون نقاط التقاطع هي $x = 3 , x = -4$

باستخدام الآلة ممكن (mode 5, 3) في حال كانت تربيعية او (mode 5, 4) في حال كانت تكعيبية

او اكتب المعادلة ومن ثم shift solve للحصول على الحل ومن ثم shift solve 2 او -1 للحصول على الحل الثاني

وسيتم توضيحها خلال الحصة

6.1 المساحة بين المنحنيات AREA BETWEEN CURVES

لإيجاد المساحة بين منحنيين

- (1) نحدد المنطقة المطلوب إيجاد مساحتها من خلال رسم المنحنيات المعطاة
- (2) نحدد نقاط التقاطع بين المنحنيات (ان وجدت) وذلك بمساواتها ببعضها وإيجاد قيم x او y حسب نوع الشريحة
 - (أ) إذا كانت عمودية نأخذ عامل التكامل dx ونعمل على المتغير x
 - (ب) إذا كانت افقية نأخذ عامل التكامل dy ونعمل على المتغير y
- (3) نحدد حدود المنطقة من الأعلى والاسفل او من اليمين الى اليسار
- (4) إذا تغيرت حدود المنطقة نقوم بتقسيمها الى أكثر من منطقة
- (5) نستخدم التكامل لإيجاد المساحة

ملاحظة مهمة

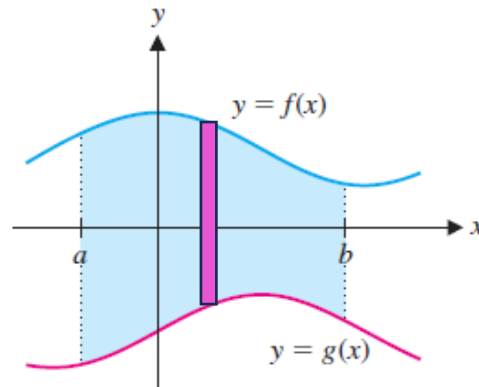
في حال كانت عدد نقاط التقاطع نقطتين نستطيع إيجاد المساحة بدون الرسم مع ملاحظة اخذ القيمة المطلقة اي ان المساحة دائما موجبة

الشريحة العمودية vertical slide

First Using vertical slide

عامل التكامل dx

أولاً: - استخدام شريحة عمودية



$$A = \int_a^b [\text{الدالة في الاسفل} - \text{الدالة في الاعلى}] dx$$

$$A = \int_a^b (\text{top curve} - \text{bottom curve}) dx \quad \longrightarrow \quad A = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$$

Example 1

مثال 1

Find the area bounded by the graphs of

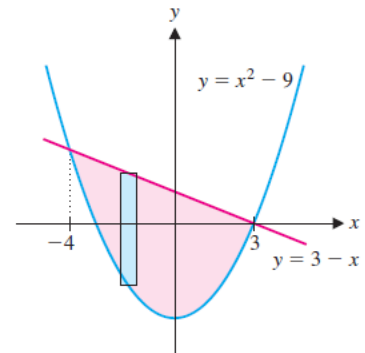
اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

$$y = 3 - x \text{ and } y = x^2 - 9.$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



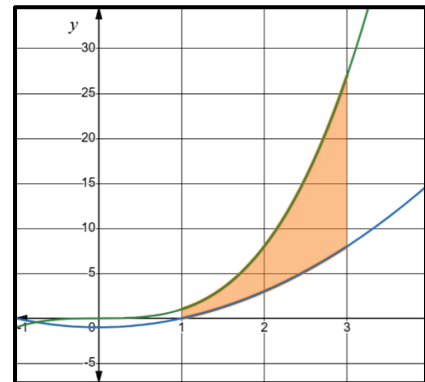
Imad Odeh

Exercise تمارين

Q1 Find the area between the curves on the given interval.

اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين في الفترة المعطاة

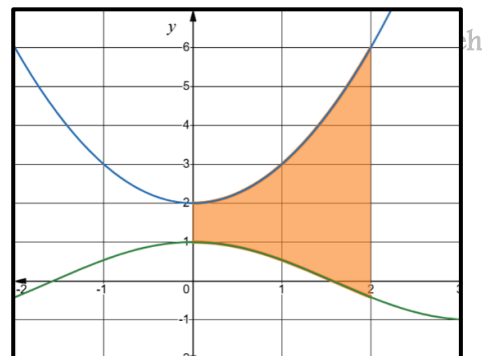
$$y = x^3 \text{ and } y = x^2 - 1 \text{ for } 1 \leq x \leq 3.$$



Q2 Find the area between the curves on the given interval.

اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين في الفترة المعطاة

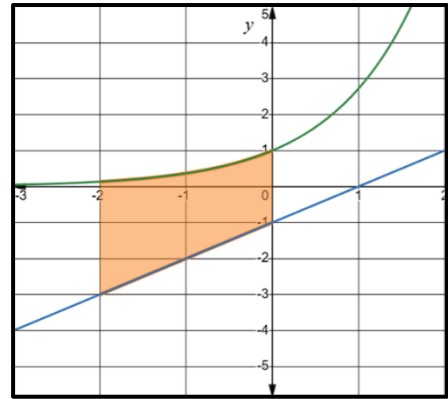
$$y = \cos x, \quad y = x^2 + 2 \text{ on interval } 0 \leq x \leq 2$$



Q3 Find the area between the curves on the given interval.

اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين في الفترة المعطاة

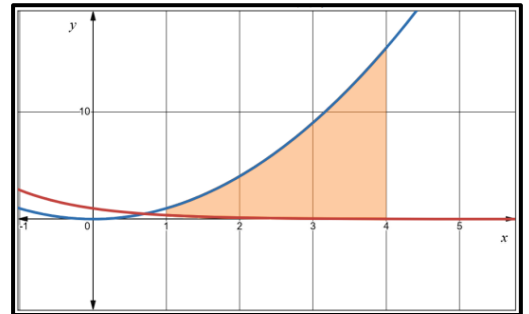
$$y = e^x, \quad y = x - 1 \text{ on interval } -2 \leq x \leq 0$$



Q4 Find the area between the curves on the given interval.

اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين في الفترة المعطاة

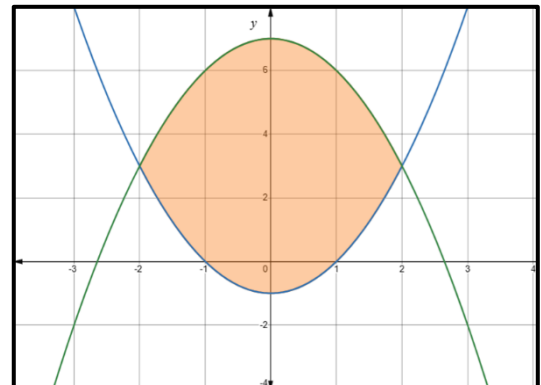
$$y = e^{-x}, \quad y = x^2 \text{ on interval } 1 \leq x \leq 4$$



Q5 Sketch and find the area of the region determined by the intersections of the curves.

ارسم ثم اوجد مساحة المنطقة المحددة بنقاط التقاطع بين المنحنيات

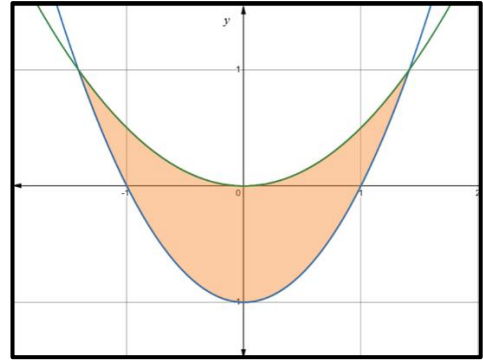
$$y = x^2 - 1, \quad y = 7 - x^2$$



Q6 Sketch and find the area of the region determined by the intersections of the curves.

ارسم ثم اوجد مساحة المنطقة المحددة بنقاط التقاطع بين المنحنيات

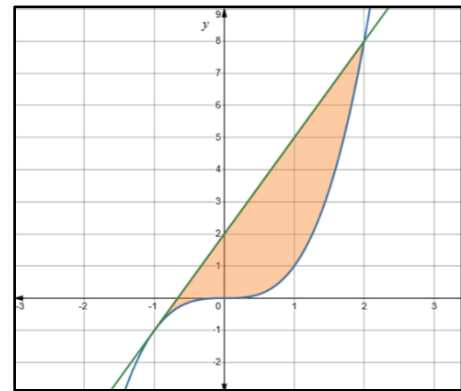
$$y = x^2 - 1, \quad y = \frac{1}{2}x^2$$



Q7 Sketch and find the area of the region determined by the intersections of the curves.

ارسم ثم اوجد مساحة المنطقة المحددة بنقاط التقاطع بين المنحنيات

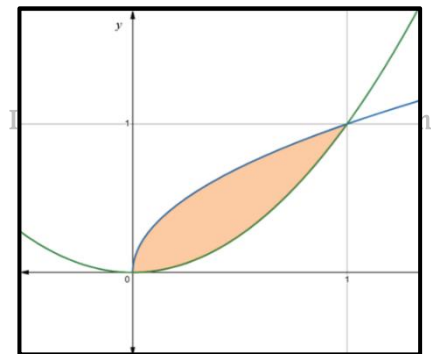
$$y = x^3, \quad y = 3x + 2$$



Q8 Sketch and find the area of the region determined by the intersections of the curves.

ارسم ثم اوجد مساحة المنطقة المحددة بنقاط التقاطع بين المنحنيات

$$y = \sqrt{x}, \quad y = x^2$$



Q9 Sketch and find the area of the region determined by the intersections of the curves.

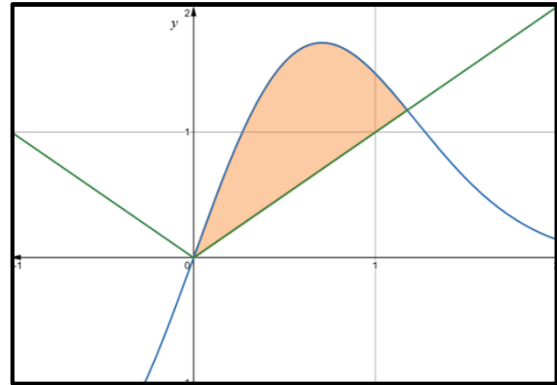
ارسم ثم اوجد مساحة المنطقة المحددة بنقاط التقاطع بين المنحنيات

$$y = 4xe^{-x^2}, y = |x|$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



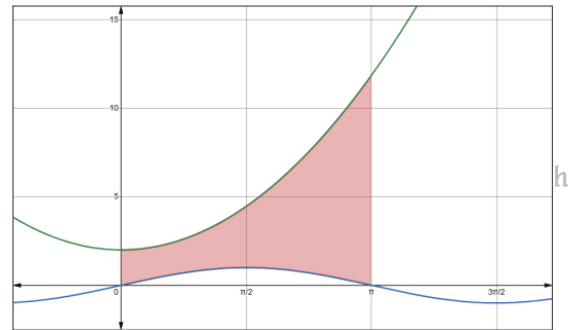
Q1 Find the area of the region bounded by the given curves

اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

P480

the given curves

$$y = x^2 + 2, y = \sin x \quad 0 \leq x \leq \pi$$



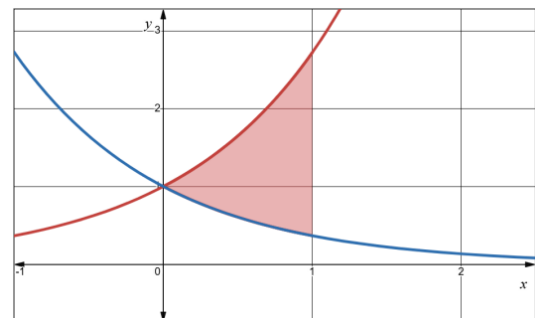
Q2 Find the area of the region bounded by the given curves

اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

P480

the given curves

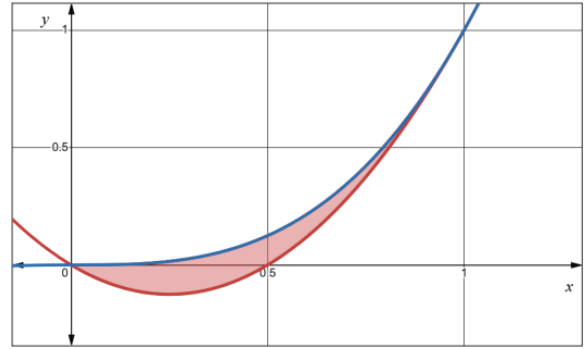
$$y = e^x, y = e^{-x} \quad 0 \leq x \leq 1$$



Q3 Find the area of the region bounded by
P480 the given curves

اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

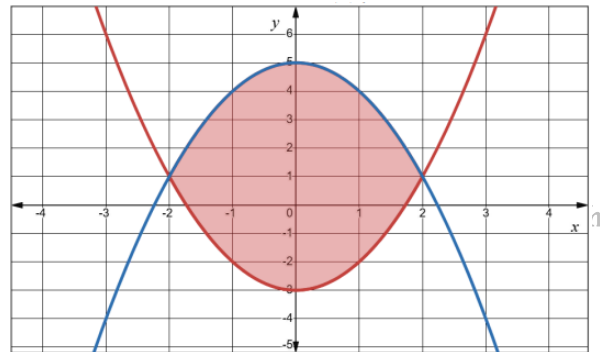
$$y = x^3, \quad y = 2x^2 - x$$



Q4 Find the area of the region bounded by
P480 the given curves

اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

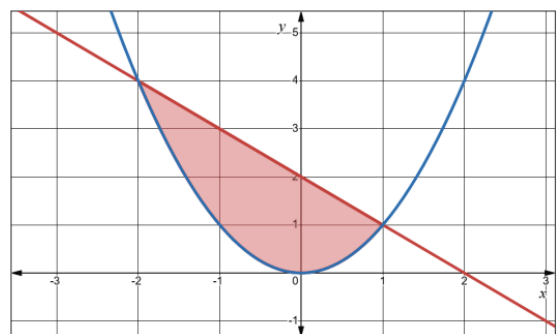
$$y = x^2 - 3, \quad y = -x^2 + 5$$



Q7 Find the area of the region bounded by
P480 the given curves

اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

$$y = x^2, \quad y = 2 - x \text{ and } y = 0$$



Q8 Find the area of the region bounded by
P480 the given curves

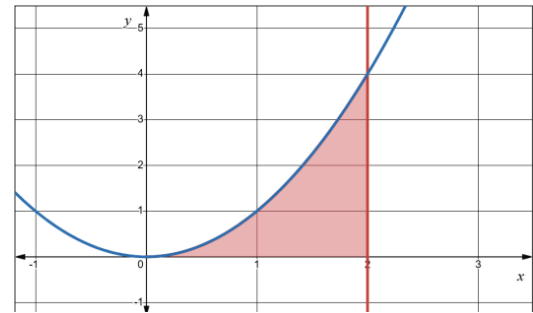
اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

$$y = x^2, y = 0 \text{ and } x = 2$$

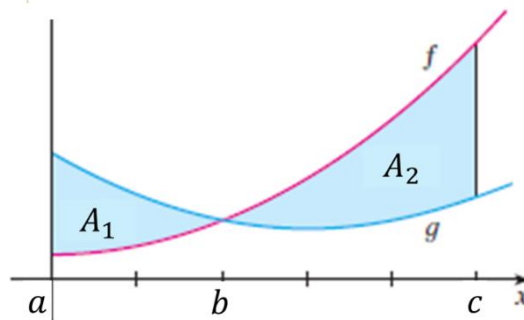
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



two regions(vertical slide)
الشريحة العمودية (منطقتين)



$$A = A_1 + A_2$$

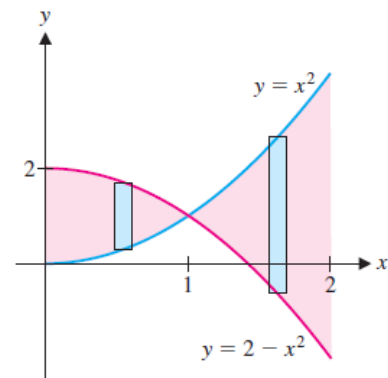
$$A = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx + \int_b^c [f(x) - g(x)] dx$$

Example 2

Find the area bounded by the graphs of

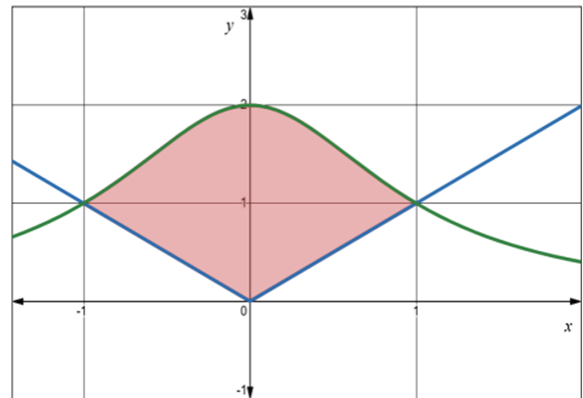
اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

$$y = x^2 \text{ and } y = 2 - x^2 \text{ for } 0 \leq x \leq 2.$$



Q10 Find the area bounded by the graphs of

$$y = \frac{2}{x^2 + 1}, \quad y = |x|$$



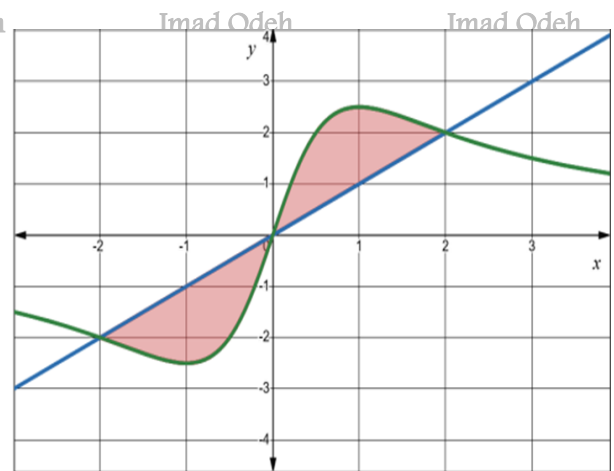
Q11 Find the area bounded by the graphs of

$$y = \frac{5x}{x^2 + 1}, \quad y = x$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

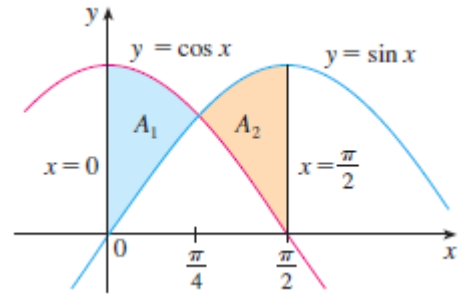
Q12 Find the area bounded by the graphs of

$$y = \sin x, y = \cos x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Example 4

Find the area bounded by the graphs of

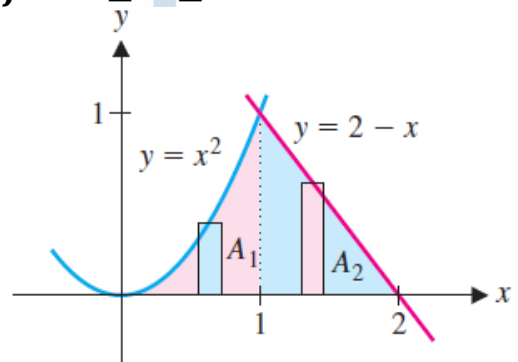
$$y = x^2 \text{ and } y = 2 - x \text{ for } 0 \leq x \leq 2.$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

h



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

في المثال السابق نستطيع حله بأخذ منطقة واحدة من خلال الشريحة الأفقية كما يلي

الشريحة الافقية
horizontal slide

Second Using horizontal slide

عامل التكامل dy

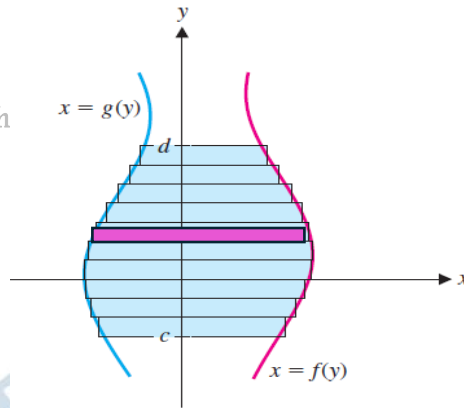
ثانياً: - استخدام شريحة افقية

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



$$A = \int_c^d [\text{الدالة اليسرى} - \text{الدالة اليمنى}] dy$$

$$A = \int_c^d (\text{Right curve} - \text{Left curve}) dy \quad \longrightarrow \quad A = \int_c^d [f(y) - g(y)] dx$$

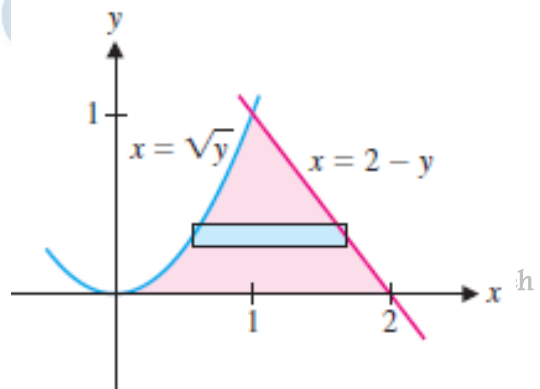
Example 5 Find the area bounded by the graphs of $y = x^2$ and $y = 2 - x$ for $0 \leq x \leq 2$.
اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

$$y = x^2 \text{ and } y = 2 - x \text{ for } 0 \leq x \leq 2.$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Example 6 Find the area bounded by the graphs of

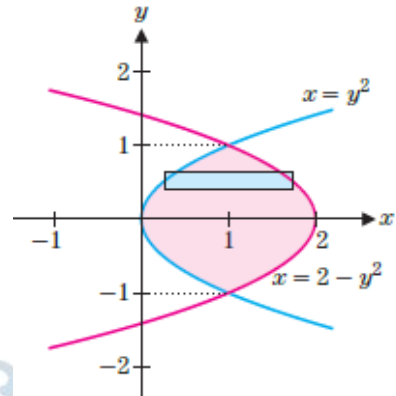
$$x = y^2 \text{ and } x = 2 - y^2$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Odeh



Q1 Find the area bounded by the graphs of

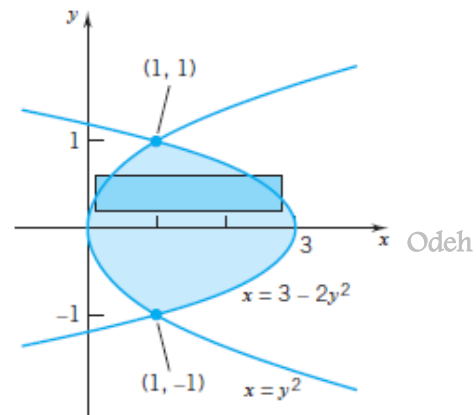
$$x = y^2 \text{ and } x = 3 - y^2$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Odeh



Q2 Find the area bounded by the graphs of

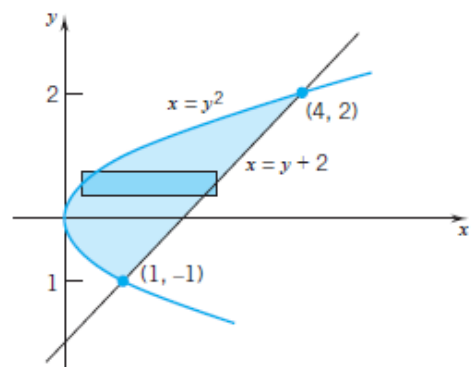
$$x = y^2 \text{ and } x = y + 2$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

eh



Q6 Find the area of the region bounded by the given curves

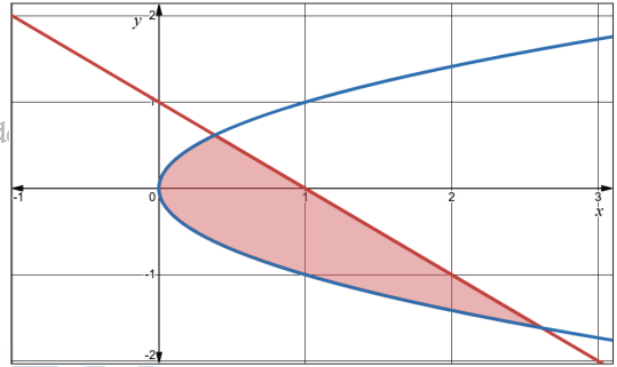
اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

$$x = y^2, y = 1 - x$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Q19 Find the area bounded by the graphs of

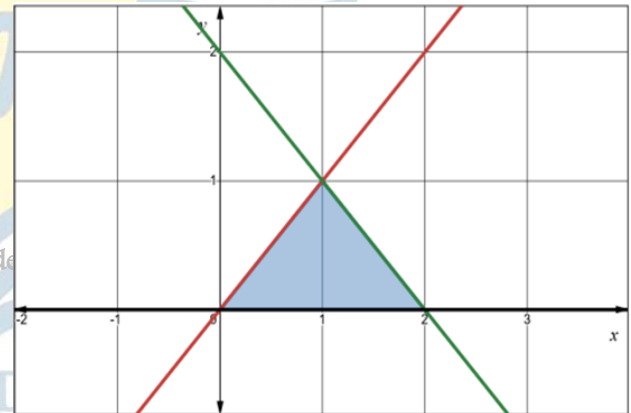
اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

$$y = x, y = 2 - x, y = 0$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Q20 Find the area bounded by the graphs of

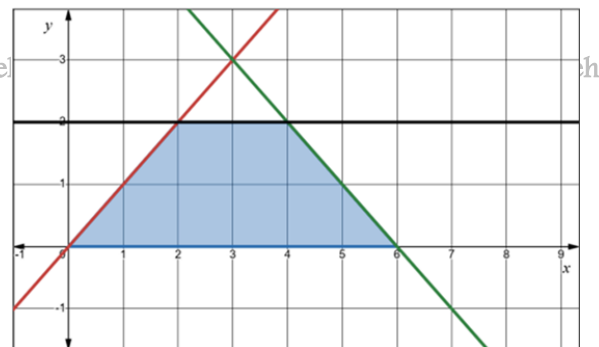
اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

$$y = x, y = 2, y = 6 - x, y = 0$$

Imad Odeh

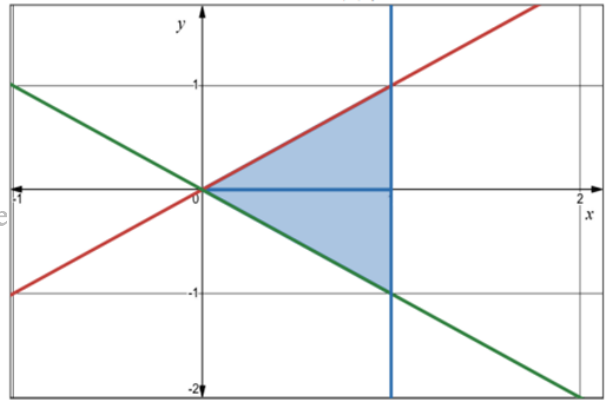
Imad Odeh

Imad Odeh



Q21 Find the area bounded by the graphs of

$$x = y, \quad x = -y, \quad x = 1$$



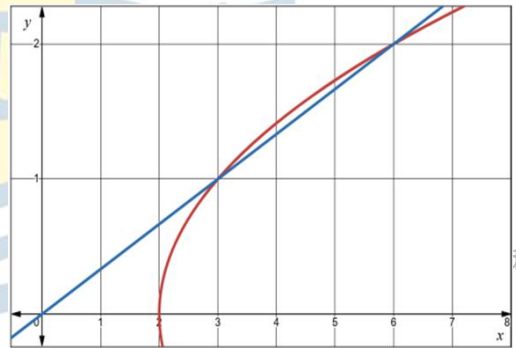
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q22 Find the area bounded by the graphs of

$$x = 3y, \quad x = 2 + y^2$$



Imad Odeh

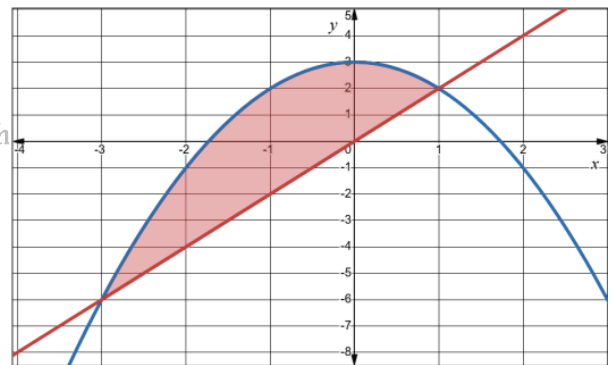
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q23 Find the area bounded by the graphs of

$$y = 2x, \quad y = 3 - x^2$$



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

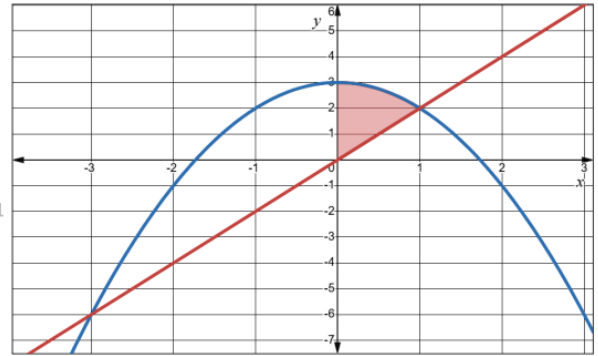
Q24 Find the area bounded by the graphs of اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

$$y = 2x \ (x > 0), \ y = 3 - x^2, \ x = 0$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



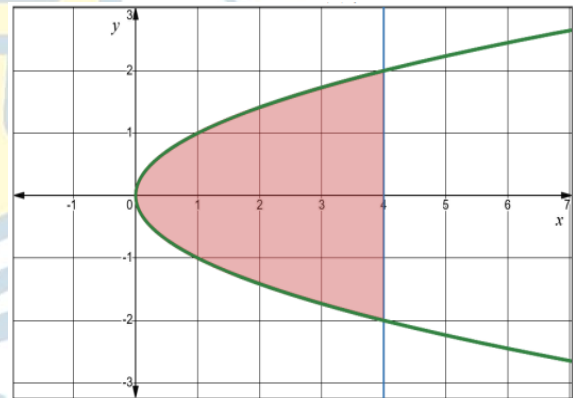
Q25 Find the area bounded by the graphs of اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

$$x = y^2, \ x = 4$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



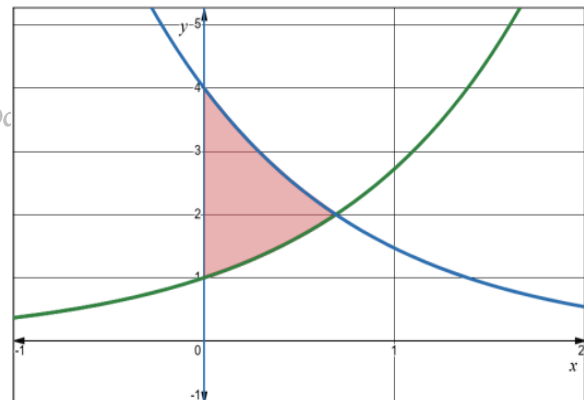
Q25 Find the area bounded by the graphs of اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

$$y = e^x, \ y = 4e^{-x}, \ x = 0$$

Imad Odeh

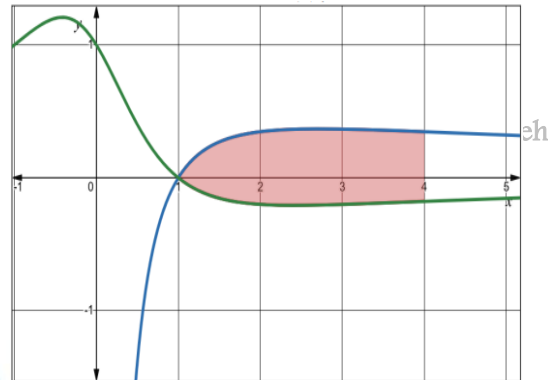
Imad Odeh

Imad Odeh



Q25 Find the area bounded by the graphs of

$$y = \frac{\ln(x)}{x}, \quad y = \frac{1-x}{x^2+1}, \quad 1 \leq x \leq 4$$



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q 31

The average value of a function $f(x)$ on the interval $[a, b]$ is $A = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$

Compute the average value of $f(x) = x^2$ on $[0, 3]$ and show that the area above $y = A$ and below $y = f(x)$ equals the area below $y = A$ and above $y = f(x)$.

إذا كانت نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x)$ على الفترة $[a, b]$

$$A = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx \text{ هي}$$

احسب القيمة المتوسطة للدالة $f(x) = x^2$ على $[0, 3]$

ثم بين ان المساحة تحت المنحني $y = A$ وفوق المنحني

$y = f(x)$ تساوي المساحة تحت المنحني $y = f(x)$

وفوق المنحني $y = A$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q 32 Find t such that the area between

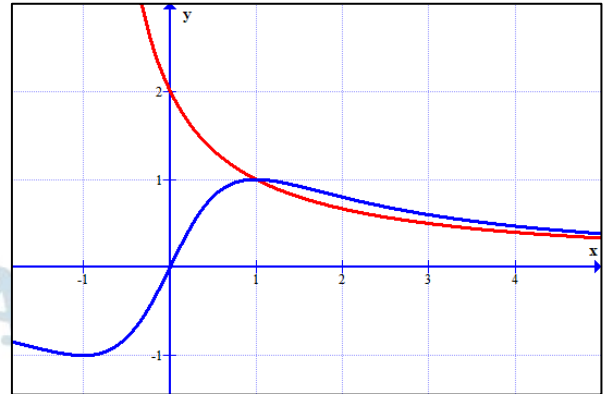
$$y = \frac{2}{x+1}, y = \frac{2x}{x^2+1}$$

for $0 \leq x \leq t$ equals $\ln(3/2)$.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Q 33

Suppose that the parabola $y = ax^2 + bx + c$ and the line $y = mx + n$ intersect at $x = A$ and $x = B$ with $A < B$. Show that the area between the curves equals

$$\frac{|a|}{6}(B - A)^3.$$

(Hint: Use A and B to rewrite the integrand and then integrate.)

افترض أن القطع المكافئ $y = ax^2 + bx + c$ والمستقيم $y = mx + n$ يتقاطعان عند $x = A$ و $x = B$ حيث $A < B$. بين أن المساحة بين المنحنيين تساوي

$$\frac{|a|}{6}(B - A)^3$$

(تلميح: استخدم A و B لإعادة كتابة المتكامل ثم قم بالتكامل.)

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q 34

Suppose that the cubic $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ and the parabola $y = kx^2 + mx + n$ intersect at $x = A$ and $x = B$ with B repeated (that is, the curves are tangent at B ; see the figure). Show that the area between the curves equals

$$\frac{|a|}{12} (B - A)^4.$$

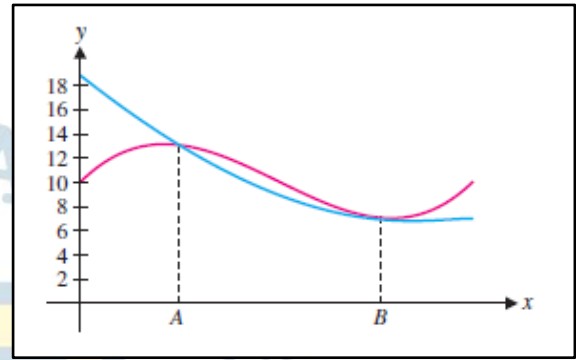
افتراض أن المنحني $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ والقطع المكافئ $y = kx^2 + mx + n$ يتقاطعان عند $x = A$ و $x = B$ مع تكرار B (أي أن المنحنيين مماسان عند B ; انظر الشكل). بيّن أن المساحة بين المنحنيين تساوي $\frac{|a|}{12} (B - A)^4$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Q 36

Show that for any constant m , the area between $y = 2 - x^2$ and $y = mx$ is $\frac{1}{6} (m^2 + 8)^{3/2}$. أثبت أنه لأي ثابت m ، المساحة بين $y = 2 - x^2$ و $y = mx$ هي $\frac{1}{6} (m^2 + 8)^{3/2}$ أوجد الحد الأدنى لهذه المساحة. Find the minimum such area.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

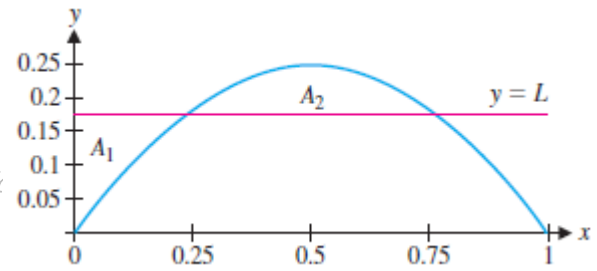
Imad Odeh

Imad Odeh

Q 37

For $y = x - x^2$ as shown, find the value of L such that $A_1 = A_2$.

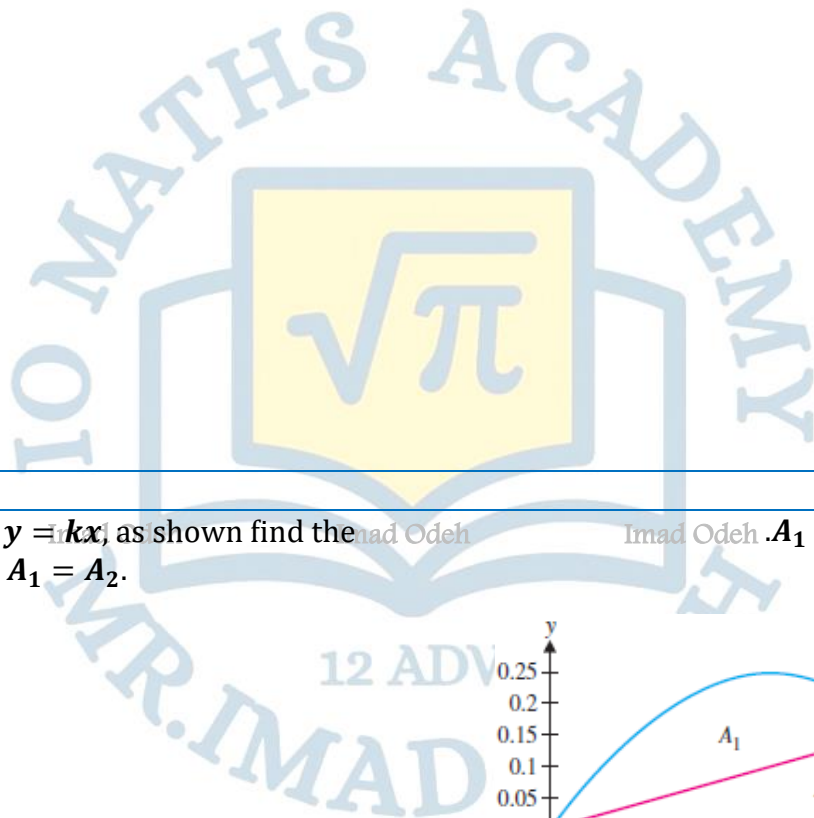
اوجد قيمة L بحيث تجعل $A_1 = A_2$.



Imad Odeh

Imad Odeh

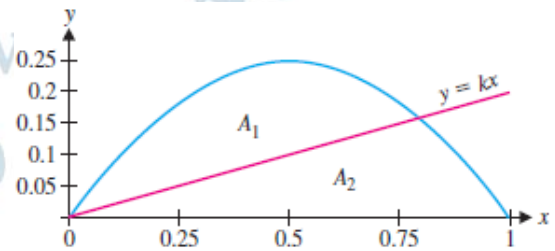
Imad Odeh



Q37

For $y = x - x^2$ and $y = kx$, as shown find the value of k such that $A_1 = A_2$.

اوجد قيمة k بحيث $A_1 = A_2$.



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q 39 In terms of A_1, A_2 and A_3 , identify the area given by each integral.

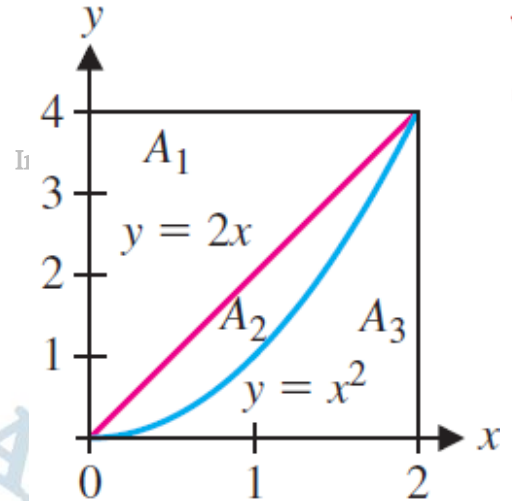
بدلالة A_1, A_2, A_3 حدد المنطقة التي تمثل كل من التكاملات التالية

1) $\int_0^2 (2x - x^2) dx$

2) $\int_0^2 (4 - x^2) dx$

3) $\int_0^4 (2 - \sqrt{y}) dy$

4) $\int_0^4 (\sqrt{y} - \frac{y}{2}) dy$



Q 40 Give an integral equal to each area.

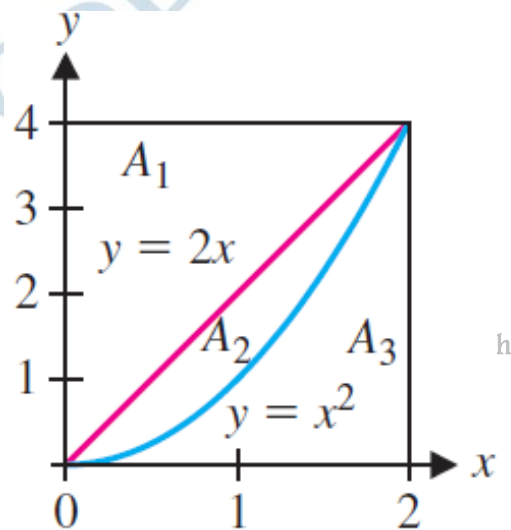
اكتب تكاملا يمثل المساحة المحددة في كل ما يلي

1) $A_2 + A_3$

2) $A_1 + A_2$

3) A_1

4) A_3



أسئلة سنوات سابقة وأخرى

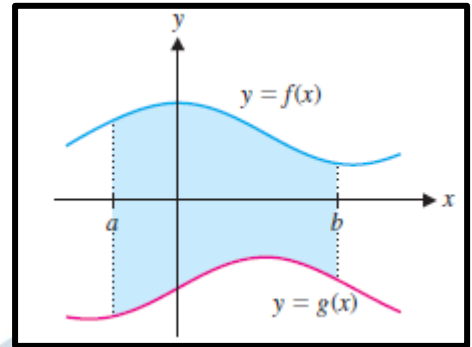
Q1 Find the area of the region bounded by the given curves اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

a) $A = \int_b^a [f(x) - g(x)] dx$

b) $A = \int_b^a [g(x) - f(x)] dx$

c) $A = \int_b^a f(x) dx$

d) $A = \int_b^a g(x) dx$



Q2 Find the area of the region bounded by the given curves اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

$x = 9, y = x^2$

a) $A = \int_0^9 (\sqrt{x} - 9) dx$

b) $A = \int_{-3}^3 (9 - y^2) dy$

c) $A = \int_{-3}^3 (y^2 - 9) dy$

d) $A = \int_0^9 (9 - \sqrt{x}) dx$

Q3 Find the area of the region bounded by the given curves اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

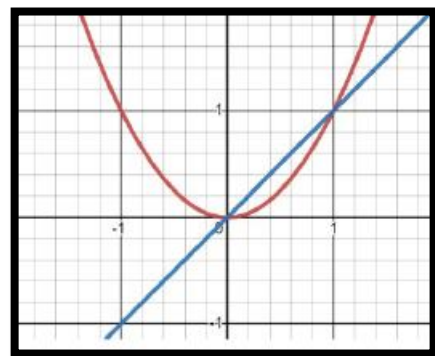
$y = x, y = x^2$

a) $A = \int_{-1}^1 (x - x^2) dx$

b) $A = \int_0^1 (x - x^2) dx$

c) $A = \int_{-1}^1 (x^2 - x) dx$

d) $A = \int_0^1 (x^2 - x) dx$



Q4 Find the area of the region bounded by the given curves اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

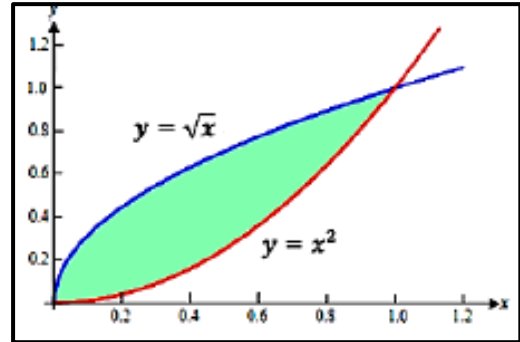
$$y = \sqrt{x}, \quad y = x^2$$

a) $A = \frac{1}{6}$

b) $A = \frac{1}{3}$

c) $A = \frac{8}{3}$

d) $A = \frac{16}{3}$



Q5 Find the area bounded by the graphs of اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

$$y = x^2 - 1, \quad y = x^3 \quad 0 \leq x \leq 1$$

a) $\frac{13}{12}$

b) $\frac{11}{12}$

c) $\frac{5}{4}$

d) 1

Q6 Find the area of the region bounded by the given curves اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

$$y = \sin x, \quad y = x^2 + 2 \quad \text{on interval } 0 \leq x \leq 2$$

a) $\frac{17}{3} - \sin 2$

b) $\frac{17}{3} + \sin 2$

c) $\frac{17}{3} - \cos 2$

d) $\frac{17}{3} + \cos 2$

Q7 Find the area of the region bounded by the given curves

$$y = \cos x, y = x^2 + 2 \text{ on interval } 0 \leq x \leq 2$$

a) $\frac{14}{3} - \sin 2$

b) $\frac{20}{3} - \sin 2$

c) $\frac{20}{3} - \cos 2$

d) $\frac{14}{3} - \cos 2$

Q8 Find the area of the region bounded by the given curves

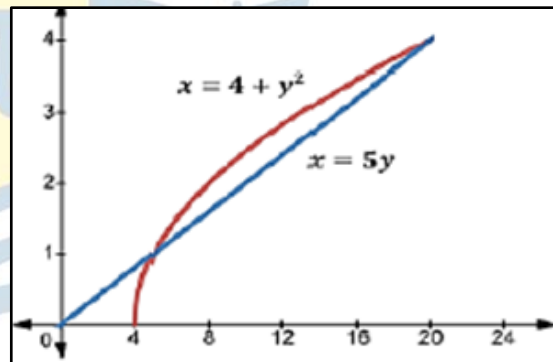
$$x = 5y, x = 4 + y^2$$

a) $A = \int_1^4 (5y - (4 + y^2)) dy$

b) $A = \int_5^{20} (5x - (4 + x^2)) dx$

c) $A = \int_5^{20} ((4 + y^2) - 5y) dy$

d) $A = \int_1^4 ((4 + x^2) - 5x) dx$



Q9 In term of A_1, A_2 and A_3 identify the area given by integral

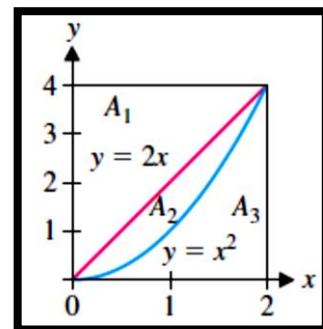
$$\int_0^4 (2 - \sqrt{y}) dy$$

a) A_1

b) $A_1 + A_2$

c) A_3

d) A_2

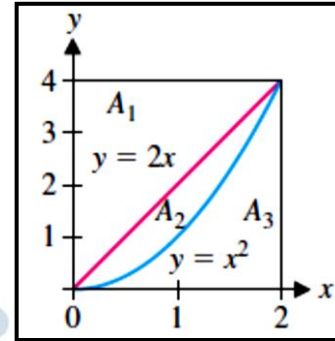


Q10 In term of A_1, A_2 and A_3 identify the area given by integral

بدلالة A_1, A_2, A_3 أي مما يلي يمثل المساحة المحددة بالتكامل

$$\int_0^2 (4 - x^2) dy$$

- a) A_1
- b) $A_1 + A_2$
- c) A_3
- d) A_2

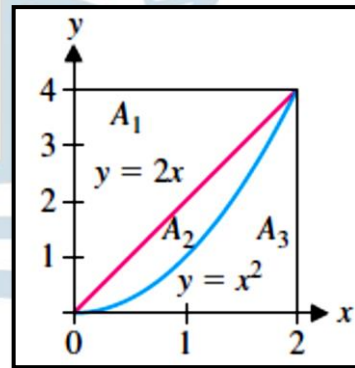


Q11 Give an integral equal to the area.

اكتب تكاملا يمثل المساحة المحددة فيما يلي

- a) $\int_0^4 (2x - x^2) dx$
- b) $\int_0^2 (2x - x^2) dx$
- c) $\int_0^4 \left(\frac{y}{2} - \sqrt{y}\right) dy$
- d) $\int_0^4 (y^2 - 2y) dx$

A_2

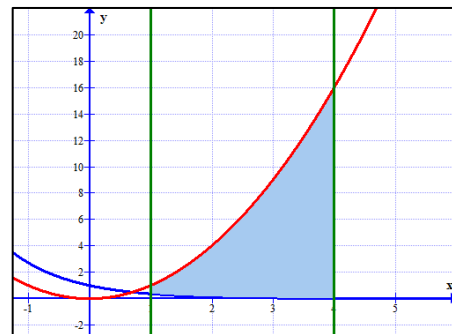


Q12 Find the area bounded by the graphs of

اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

$$y = e^{-x}, \quad y = x^2 \text{ on interval } 1 \leq x \leq 4$$

- a) $A = 21 - e^{-4} - e^{-1}$
- b) $A = 21 + e^{-4} - e^{-1}$
- c) $A = e^{-4} - e - 21$
- d) $A = e^{-4} - e + 21$

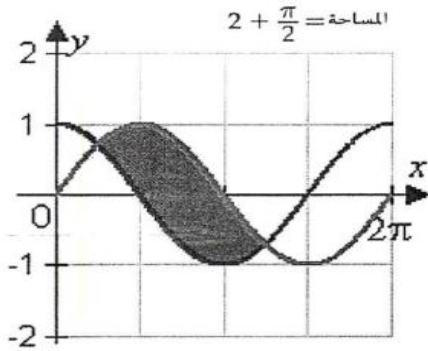


Q13 Graph the following functions and then find the area in the given interval.

حدد التمثيل البياني للدوال التالية ثم جد المساحة المحصورة في الفترة المعطاة

$$y = \sin x, \quad y = 1 + \cos x, \quad \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$$

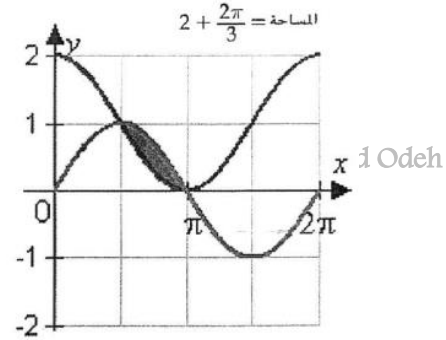
a)



Imad Odeh

Imad Odeh

b)

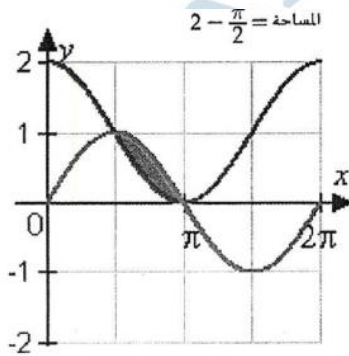


Imad Odeh

area = $2 + \frac{\pi}{2}$

area = $2 + \frac{2\pi}{3}$

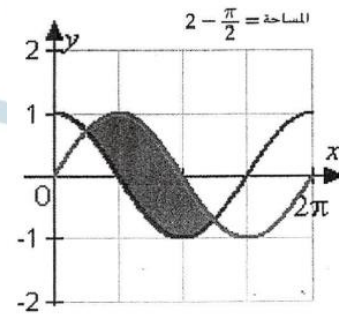
c)



Imad Odeh

area = $2 - \frac{\pi}{2}$

d)



Imad Odeh

area = $2 - \frac{\pi}{2}$

Imad Odeh

Q14 Find the area bounded by the graphs of

اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

$$f(x) = x + 2, \quad g(x) = x^3 - 4x^2 + 6$$

a) $\frac{193}{12}$

b) $\frac{218}{12}$

c) $\frac{253}{12}$

d) $\frac{305}{12}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q15 Find the area bounded by the graphs of

$$y = x^3, \quad y = x$$

a) $\frac{1}{5}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{3}$

d) $\frac{1}{2}$

Q16 The curve $y = f(x)$ and the line $y = -3$, shown in the figure above, intersect at the points $(0, -3)$, $(a, -3)$, and $(b, -3)$. The sum of area of the shaded region enclosed by the curve and the line is given by

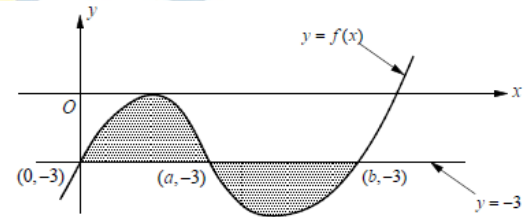
ينقطع المنحنى $y = f(x)$ والمستقيم $y = -3$ ، الموضح في الشكل أعلاه، عند النقاط $(0, -3)$, $(a, -3)$, $(b, -3)$. يُعطى مجموع مساحة المنطقة المظللة المحاطة بالمنحنى والمستقيم بواسطة:

a) $\int_0^a [3 - f(x)] dx + \int_a^b [-3 + f(x)] dx$

b) $\int_0^a [-3 + f(x)] dx + \int_a^b [3 - f(x)] dx$

c) $\int_0^a [f(x) + 3] dx + \int_a^b [-3 + f(x)] dx$

d) $\int_0^a [f(x) - 3] dx + \int_a^b [3 + f(x)] dx$



Q17 The curves $y = f(x)$ and $y = g(x)$ shown in the figure above intersect at point (a, b) . The area of the shaded region enclosed by these curves and the x - axis is given by

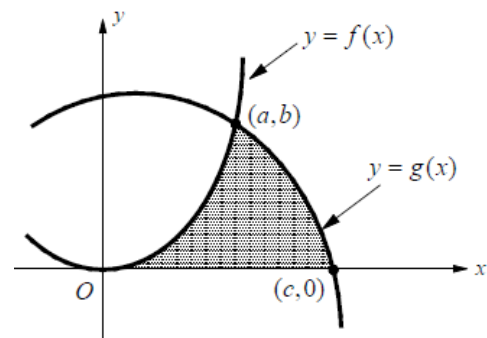
المنحنيان $y = f(x)$ و $y = g(x)$ الموضحان في الشكل أعلاه يتقاطعان عند النقطة (a, b) . مساحة المنطقة المظللة المحاطة بهذين المنحنيين والمحور x تُعطى بالمعادلة:

a) $\int [f(x) - g(x)] dx$

b) $\int_0^c [g(x) - f(x)] dx$

c) $\int_0^c g(x) dx - \int_a^c f(x) dx$

d) $\int_0^a f(x) dx + \int_a^c g(x) dx$



Q18 The shaded regions **A**, **B**, and **C** in the figure above are bounded by the graph of $y = f(x)$ and the $x - axis$. If the area of region **A** is 4, region **B** is 3, and region **C** is 2, what is the value of

المناطق المظللة **A** و **B** و **C** في الشكل أعلاه محدودة برسم $y = f(x)$ والمحور x . إذا كانت مساحة المنطقة **A** تساوي 4، والمنطقة **B** تساوي 3، والمنطقة **C** تساوي 2، فما قيمة

$$\int_{-3}^4 [f(x) + 2] dx$$

- a) 9
- b) 8
- c) 11
- d) 13

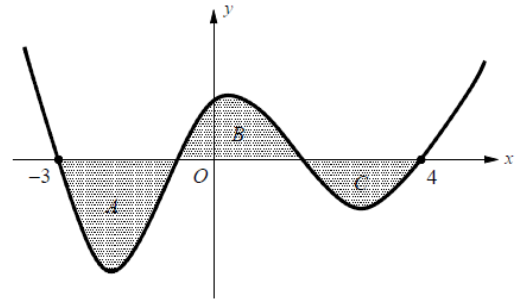
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Q19 The graphs of two functions are shown with the areas of them regions between the curves indicated.

تظهر الرسوم البيانية لدالتين مع مساحات المنطقتين بين المنحنيات المشار إليها.

- a) What is the total area between the curves for $0 \leq x \leq 5$?

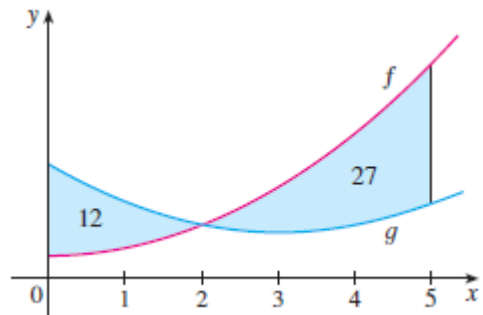
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

- b) What is the value of

$$\int_0^5 [f(x) - g(x)] dx$$



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q20 If the area between the curve $y = x^2$ and the line $y = kx$ is equal to $\frac{1}{6}$, find the value of k .

إذا كانت المساحة المحصورة بين منحنى $y = x^2$ والمستقيم $y = kx$ تساوي $\frac{1}{6}$ اوجد قيمة k

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

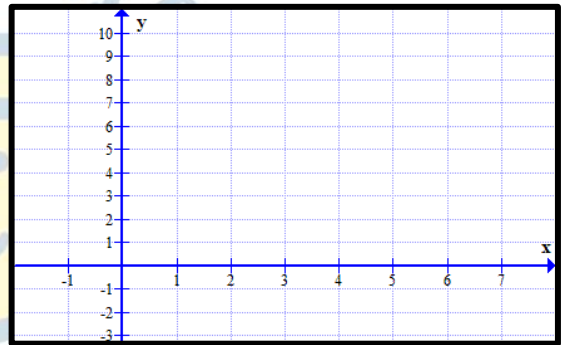
Imad Odeh

Imad Odeh

Q21 Find the area bounded by the graphs of

اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

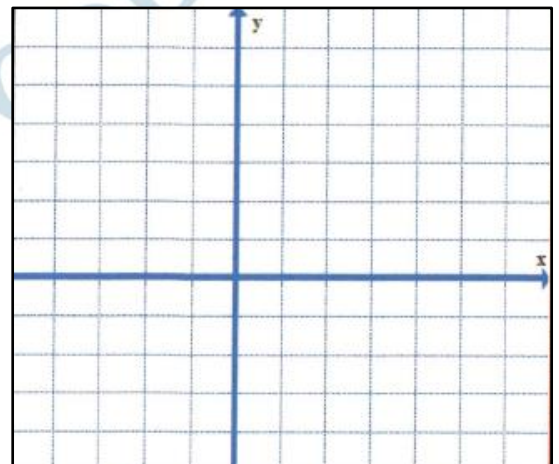
$$y = x^2, \quad y = 4x - 3$$



Q22 Find the area bounded by the graphs of
Write area in one integral

اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين اكتبها في تكامل واحد

$$y = 6 - x, \quad y = x, y = 2 \text{ and } y = 0$$



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q23 Find the area bounded by the graphs of

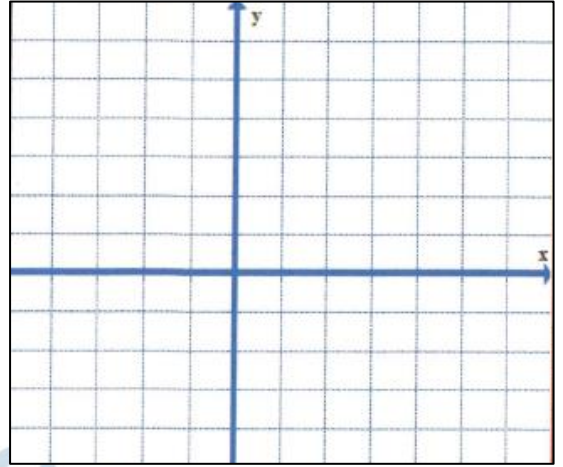
اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

$$x = y^2 \text{ and } x = 3 - y^2$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Q24 Find the area bounded by the graphs of

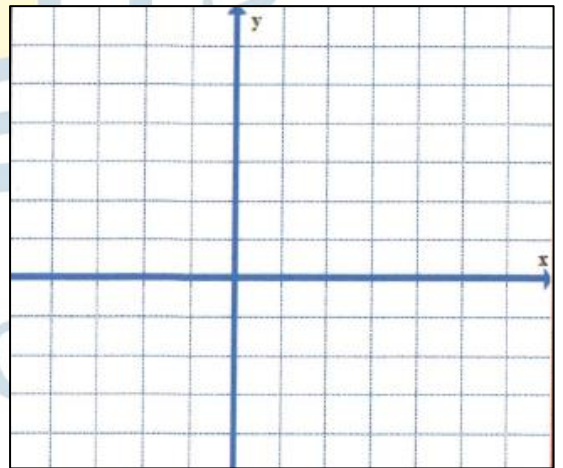
اوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين

$$x = 1 + 2y^2 \text{ and } x = 4 - y^2$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

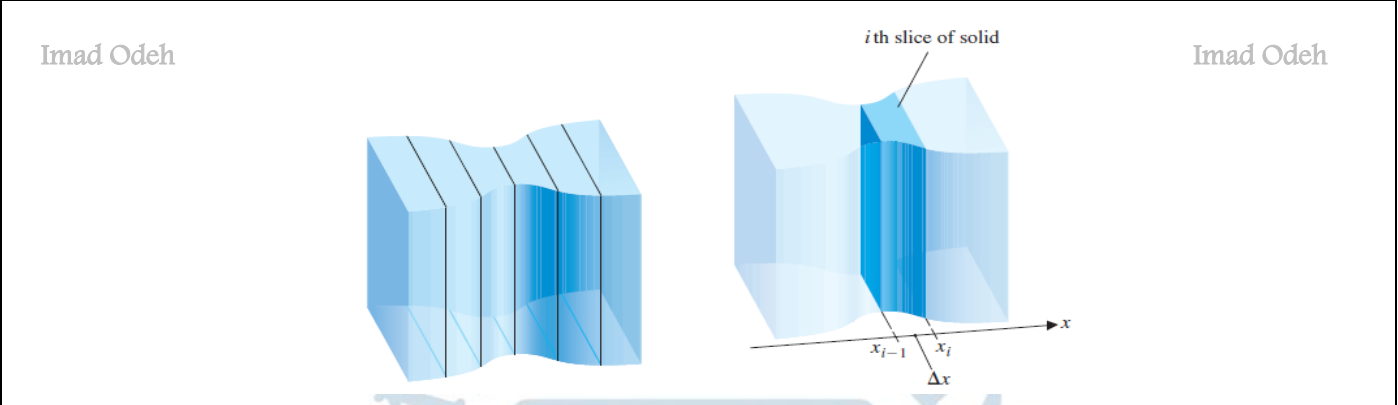
Imad Odeh

Imad Odeh

6.2 VOLUME: SLICING, DISKS AND WASHERS

الحجوم الشرائح، الأقراص والحلقات

Volumes by Slicing



$$V = \int_a^b A(x) dx$$

Q1 Find the volume of the solid with cross sectional area أوجد حجم الجسم الذي مساحة مقطعه العرضي

$$A(x) = x + 2, \quad -1 \leq x \leq 3$$

Q2 Find the volume of the solid with cross sectional area أوجد حجم الجسم الذي مساحة مقطعه العرضي

$$A(x) = 10e^{0.01x}, \quad 0 \leq x \leq 10$$

Q3 Find the volume of the solid with cross sectional area

اوجد حجم المجسم الذي مساحة مقطعه العرضي

$$A(x) = \pi(4 - x)^2 \quad 0 \leq x \leq 2$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q4 Find the volume of the solid with cross sectional area

اوجد حجم المجسم الذي مساحة مقطعه العرضي

$$A(x) = 2(x + 1)^2, 1 \leq x \leq 4$$

Q11 Find the volume of the solid with cross sectional area

اوجد حجم المجسم الذي مساحة مقطعه العرضي

Page481

$$A(x) = \pi(3 + x)^2, 0 \leq x \leq 2$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

أسئلة سنوات سابقة

Q1 Find the volume of the solid with cross sectional area

اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

$$A(x) = \pi(3 + x)^2, 0 \leq x \leq 2$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

a) $V = \frac{125\pi}{3}$

b) $V = \frac{98\pi}{3}$

c) $V = 98\pi$

d) $V = 125\pi$

Q2 Find the volume of the solid with cross sectional area اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

$$A(x) = 2(x + 1)^2 \quad 1 \leq x \leq 4$$

a) $V = \frac{21}{2}$

b) $V = 21$

c) $V = 39$

d) $V = 78$

Q3 Find the volume of the solid with cross sectional area اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

$$A(x) = x + 2, \quad -1 \leq x \leq 3$$

a) $V = 12\pi$

b) $V = 12$

c) $V = 6$

d) $V = 4$

Q4 Find the volume of the solid with cross sectional area اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات

$$A(x) = x + 4, \quad -1 \leq x \leq 3$$

a) $V = 10\pi$

b) $V = 10$

c) $V = 20\pi$

d) $V = 20$

Ex1

The Pyramid Arena in Memphis has a square base of side approximately **600 feet** and a height of approximately **320 feet**. Find the volume of the pyramid with these measurements.

الهرم في ممفيس لها قاعدة مربعة طول ضلعها حوالي **600** قدم، وارتفاعها حوالي **320** قدمًا. أوجد حجم الهرم بهذه القياسات.

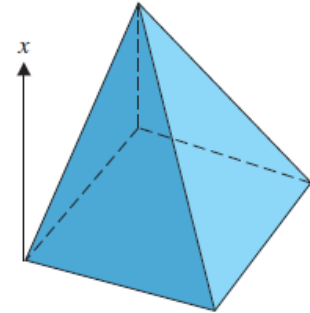
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Ima

sh



A Pyramid

Q5

The great pyramid at Gizeh is **500 feet** high, rising from a square base of side **750 feet**.

يبلغ ارتفاع الهرم الأكبر في مدينة الجيزة **500** قدم وطول ضلع قاعدته **750** قدم

(a) Compute its volume using integration.

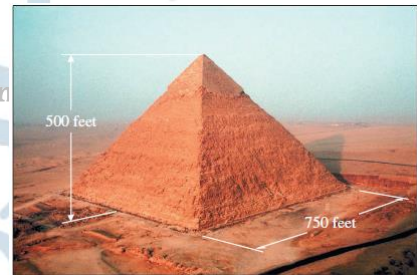
احسب حجم الهرم باستخدام التكامل

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Im



(b) Suppose that instead of completing a pyramid, the builders at Gizeh had stopped at height **250 feet** (with a square plateau top of side **375 feet**).

افتراض ان العمال لم يتمكنوا من اكمال بناء الهرم وتوقفوا عند ارتفاع **250** قدم وطول الضلع عند هذه النقطة هي **375** قدم احسب حجم المجسم الناتج

Compute the volume of this structure. Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q7

A church steeple is **30 feet** tall with square cross sections. The square at the base has **3 feet** side, the square at the top has **6 inches** side and the side varies linearly in between. Compute the volume.

يبلغ ارتفاع برج كنيسة 30 قدمًا، وله مقاطع عرضية مربعة. طول ضلع المربع عند القاعدة 3 أقدام، وطول ضلع المربع عند القمة 6 بوصات، ويتغير طول الضلع خطيًا بينهما. احسب الحجم.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

eh



Q8

A house attic has rectangular cross sections parallel to the ground and triangular cross sections perpendicular to the ground. The rectangle is 30 feet by 60 feet at the bottom of the attic and the triangles have base 30 feet and height 10 feet. Compute the volume of the attic

تحتوي عليّة منزل على مقاطع عرضية مستطيلة موازية للأرض، ومقاطع عرضية مثلثة عمودية عليها. أبعاد المستطيل 30 قدمًا × 60 قدمًا في أسفل العلية، وقاعدة المثلثات 30 قدمًا وارتفاعها 10 أقدام. احسب حجم العلية.



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q11 A pottery jar has circular cross sections of radius.

جرة من الصلصال مقطوعها العرضي عبارة عن دوائر انصاف اقطارها تعطي بالعلاقة

$$4 + \sin \frac{x}{2} \text{ inches for } 0 \leq x \leq 2\pi$$

Sketch a picture of the jar and compute its volume.

مثل بيانا هذه الجرة ثم اوجد حجمها

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q41 The base of a solid V is the region bounded by the functions.

إذا كانت قاعدة مجسم محددة بالدوال التالية

$$y = x^2 \text{ and } y = 2 - x^2$$

Find the volume if v has
(a) square cross sections,

اوجد حجم المجسم إذا كانت مقاطعه العرضية هي
أ) مربعات

Imad Odeh

Imad Odeh

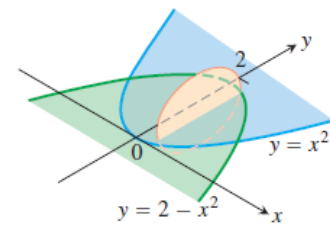
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

(b) semicircular cross sections and

ب) نصف دوائر



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

(c) equilateral triangle cross sections perpendicular to the $x - axis$.

ج) مثلثات متساوية الاضلاع

Q44 The base of a solid V is the region bounded by the functions.

إذا كانت قاعدة مجسم محددة بالدوال التالية

$$y = x^2 \text{ and } y = \sqrt{x}$$

Find the volume if v has
(a) square cross sections,

اوجد حجم المجسم إذا كانت مقاطعه العرضية هي
(أ) مربعات

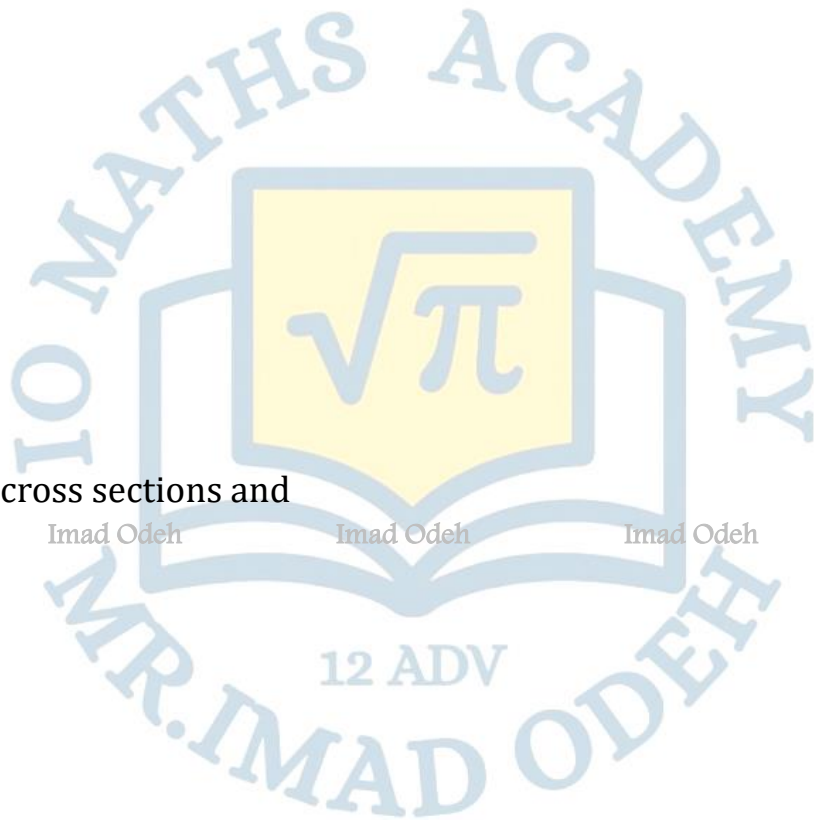
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



(b) semicircular cross sections and

(ب) نصف دوائر

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Ex1

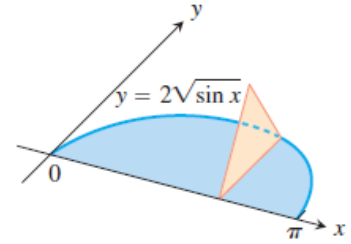
The base of a solid is the region between the curve $y = 2\sqrt{\sin x}$ and the interval $[0, \pi]$ on the x -axis. The cross-sections perpendicular to the x -axis are

Find the volume if V has

(a) equilateral triangles with bases running from the x -axis to the curve as shown in the figure

قاعدة الجسم هي المنطقة بين المنحنى $y = 2\sqrt{\sin x}$ والفترة $[0, \pi]$ على المحور السيني. المقاطع العرضية العمودية على المحور السيني هي

أوجد حجم الجسم إذا كانت مقاطعه العرضية هي مثلثات متساوية الاضلاع (أ)



(b) squares with bases running from the x -axis to the curve.

ب) مربعات ذات قواعد تمتد من المحور السيني إلى المنحنى.



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

أسئلة إضافية

Q1

A pyramid 3 m high has a square base that is 3 m on a side. The cross-section of the pyramid perpendicular to the altitude $x\text{ m}$ down from the vertex is a square $x\text{ m}$ on a side. Find the volume of the pyramid.

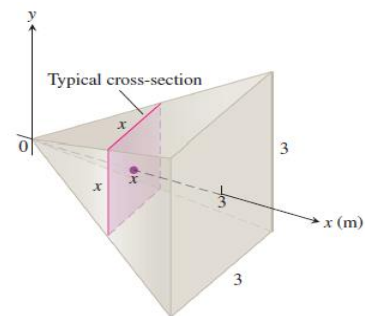
هرم ارتفاعه 3 أمتار، قاعدته مربعة، طول ضلعها 3 أمتار. المقطع العرضي للهرم العمودي على ارتفاع x متر من الرأس هو مربع طول ضلعه x متر. أوجد حجم الهرم.

Imad Odeh

Imad Odeh

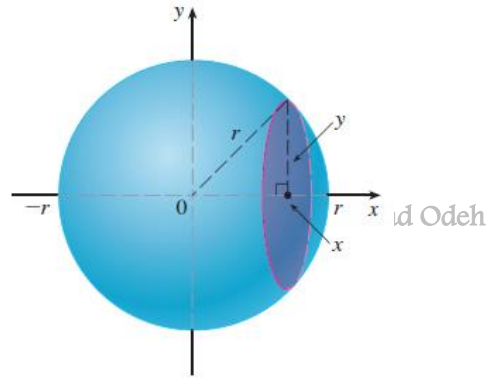
Imad Odeh

Imad Odeh



Q1 Show that the volume of a sphere of radius r is $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

بين أن حجم الكرة التي نصف قطرها r هو $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 The base of a solid V is the region bounded by the functions.

إذا كانت قاعدة مجسم محددة بالدوال التالية

$$y = e^x, \quad x = 0, y = 0 \text{ and } x = 1$$

Find the volume if cross sections of the solid perpendicular to the x -axis are square

اوجد حجم المجسم إذا كانت مقاطعه العرضية هي مربعات عمودية على محور x

a) $\frac{e^2}{4}$

b) $\frac{e^2 - 1}{2}$

c) $\frac{e^2 + 1}{2}$

d) $e^2 - \frac{1}{2}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 The base of a solid V is the region bounded by the functions.

إذا كانت قاعدة مجسم محددة بالدوال التالية

$$y = \sqrt{x}, \quad y = 0 \text{ and } x = 2$$

Find the volume if cross sections of the solid perpendicular to the x -axis are equilateral triangle

اوجد حجم المجسم إذا كانت مقاطعه العرضية هي مثلثات متساوية الاضلاع عمودية على محور x

a) $\frac{\sqrt{3}}{8}$

b) $\frac{\sqrt{3}}{6}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q4 The base of a solid is the region in the first quadrant bounded by

إذا كانت قاعدة مجسم محددة بالدوال التالية

$$2x + 3y = 6, x = 0, y = 0$$

If the cross sections of the solid perpendicular to the x-axis are semicircles, what is the volume of the solid?

اوجد حجم المجسم إذا كانت مقاطعه العرضية هي انصاف دوائر عمودية على محور x

a) $\frac{\pi}{2}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

b) $\frac{3\pi}{4}$

c) π

d) $\frac{3\pi}{2}$

Q5 The base of a solid is the region in the first quadrant bounded by

إذا كانت قاعدة مجسم محددة بالدوال التالية

$$y = \sqrt{x}, y = 0 \text{ and } x = 4$$

If the cross sections of the solid perpendicular to the x-axis are squares, what is the volume of the solid?

اوجد حجم المجسم إذا كانت مقاطعه العرضية هي مربعات عمودية على محور x

a) $\int_0^2 (4 - y^2)^2 dy$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

b) $\int_0^2 (4 - y)^2 dy$

c) $\int_0^2 [(2 - y^2)]^2 dy$

d) $\int_0^4 [(2 - y^2)]^2 dy$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

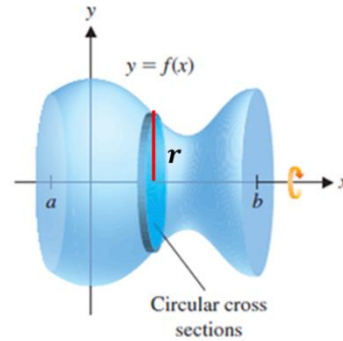
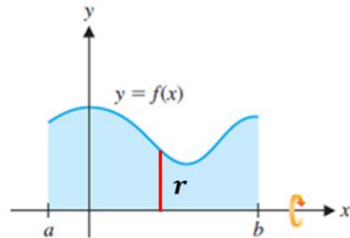
The Method of Disks

الاقراص

Revolve it about the $x - axis$

دوران حول المحور الافقي $x - axis$

Imad Odeh



Imad Odeh

$$r = f(x)$$

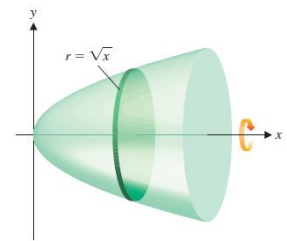
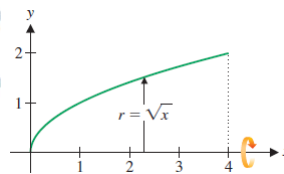
$$V = \int_a^b \pi r^2 dx \quad \longrightarrow \quad \int_a^b \pi (f(x))^2 dx$$

Ex4

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = \sqrt{x} \quad \text{on the interval } [0, 4] \text{ about } x - axis$$



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q17

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

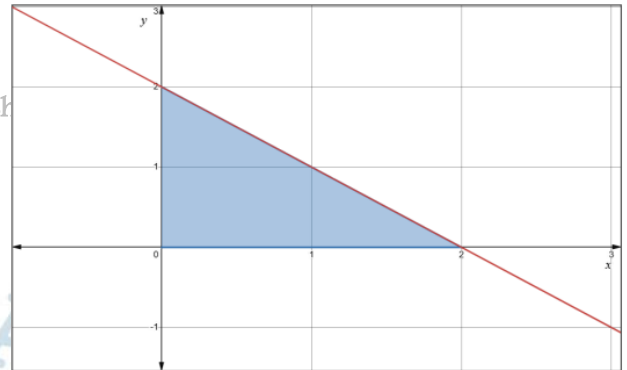
اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = 2 - x, \text{ and } y = 0 \text{ and } x = 0, \text{ about } x - \text{axis}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Q27

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

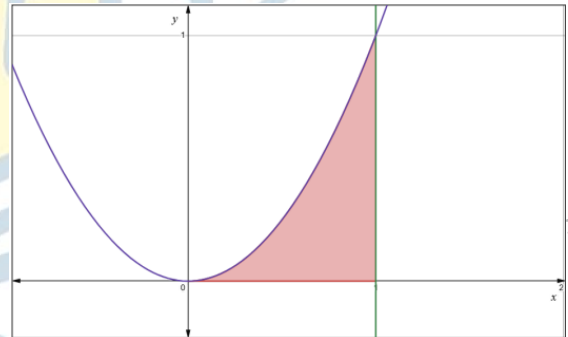
اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = x^2, y = 0 \text{ and } x = 1 \text{ about } x - \text{axis}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Q25

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

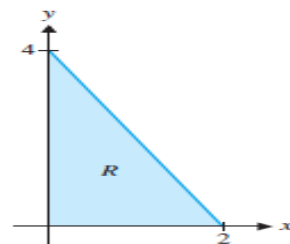
$$y = 4 - 2x, x = 0 \text{ and } y = 0 \text{ about } x - \text{axis}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

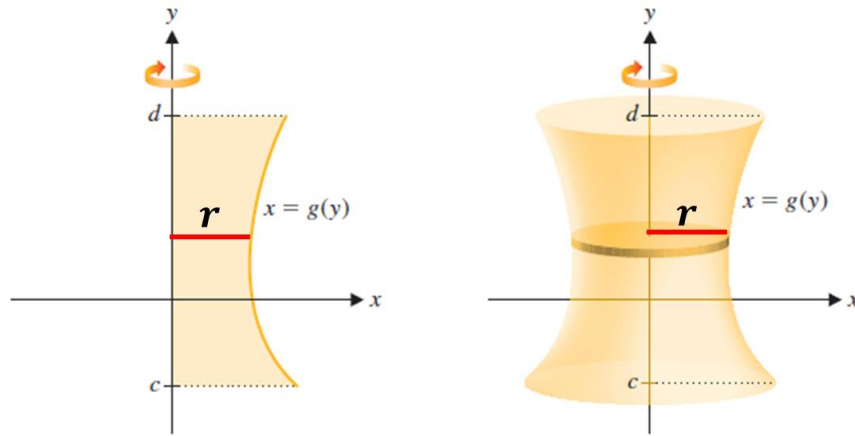
Imad Odeh

Imad Odeh



Revolve it about the $y - axis$

دوران حول المحور العمودي $y - axis$



Imad Odeh

Imad Odeh

$$r = g(y)$$

$$V = \int_c^d \pi r^2 dy \longrightarrow \int_c^d \pi (g(y))^2 dy$$

Ex5

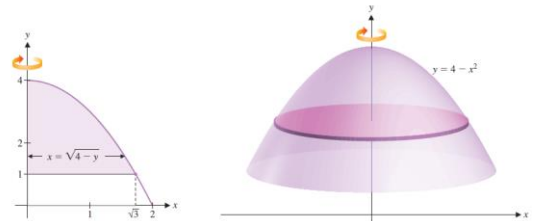
Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

Imad Odeh

$y = 4 - x^2$ and $y = 1$ from $x = 1$ to $x = \sqrt{3}$ about $y - axis$

Imad Odeh



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q19

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

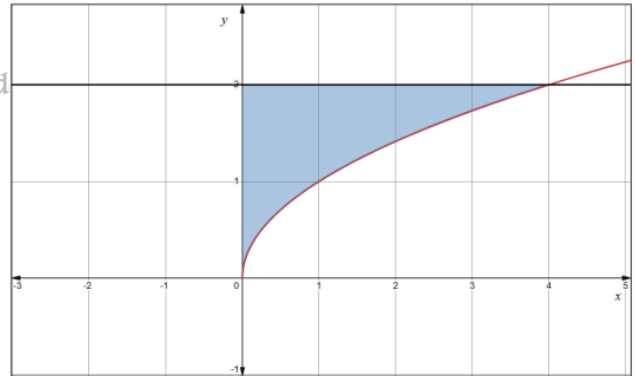
اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = \sqrt{x}, \quad y = 2 \quad \text{and} \quad x = 0, \quad \text{about } y - \text{axis}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Od



Q25

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

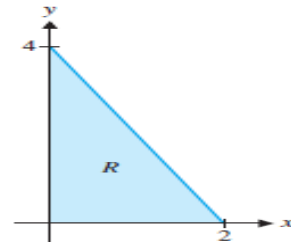
$$y = 4 - 2x, \quad x = 0 \quad \text{and} \quad y = 0 \quad \text{about } y - \text{axis}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

mad Odeh



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

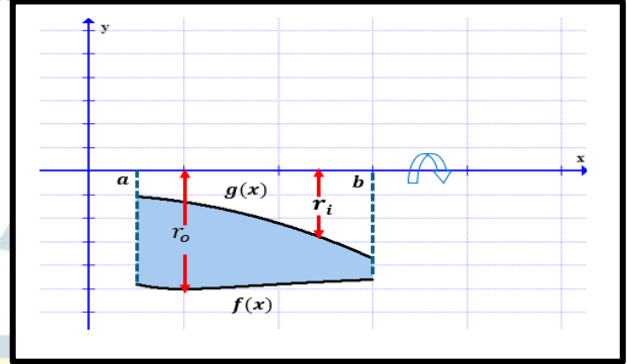
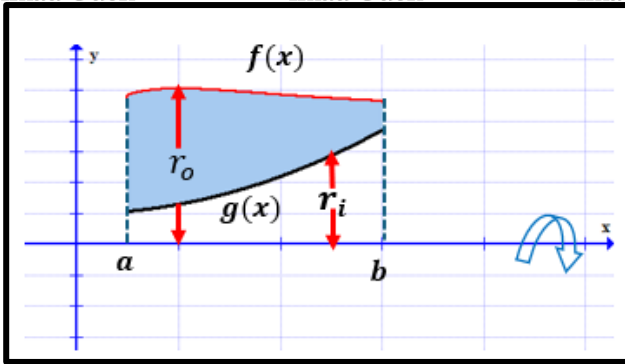
Imad Odeh

The Method of Washers



Revolving about x - axis

دوران حول محور x

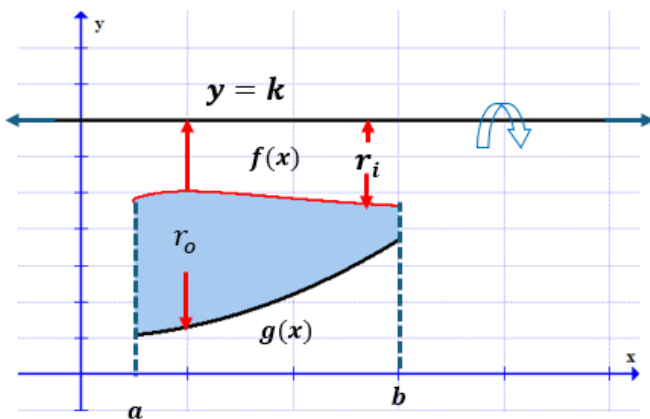


$$V = \int_a^b A(x) dx = \int_a^b \pi(r_o^2 - r_i^2) dx = \pi \int_a^b (f(x)^2 - g(x)^2) dx$$

Outer radius: r_o
Inner radius: r_i

Revolving about $y = k$

دوران حول المستقيم $y = k$



$$V = \int_a^b A(x) dx = \int_a^b \pi(r_o^2 - r_i^2) dx = \pi \int_a^b ((k - g(x))^2 - (k - f(x))^2) dx$$

Outer radius: r_o
Inner radius: r_i

Ex6

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

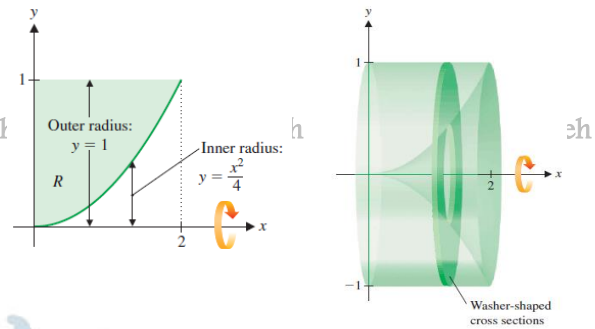
$$y = \frac{1}{4}x^2 \quad x = 0 \text{ and } y = 1 \quad \text{about}$$

a) $x - axis$

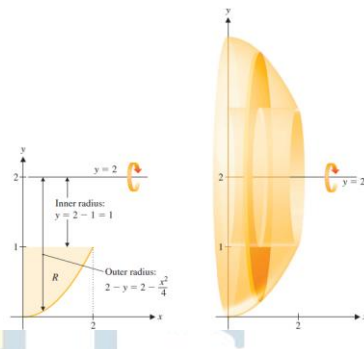
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



b) $y = 2$



Q17

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

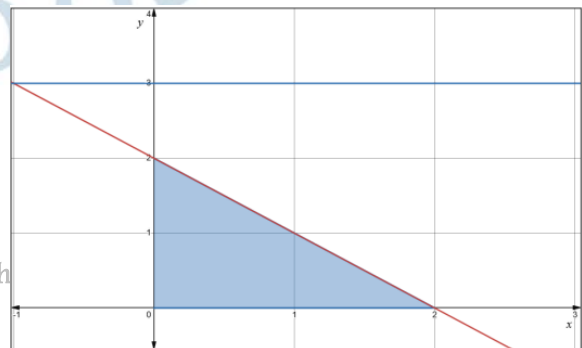
اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = 2 - x, \quad \text{and } y = 0 \text{ and } x = 0, \quad \text{about } y = 3$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Q25

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$y = 4 - 2x, x = 0$ and $y = 0$ about

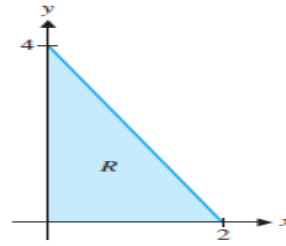
a) $y = 4$

Imad Odeh

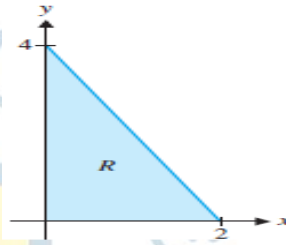
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



b) $y = -4$



Ex7

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

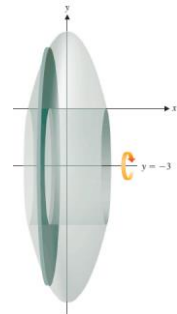
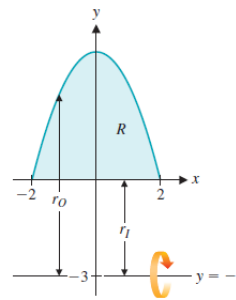
Imad Odeh

Imad Odeh

$y = 4 - x^2$ and $y = 0$ about

Imad Odeh

a) $y = -3$



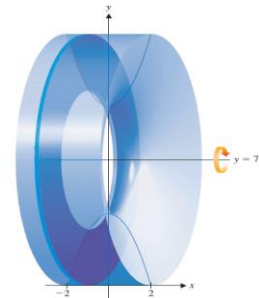
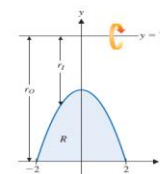
b) $y = 7$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Q26

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$y = x^2$, and $y = 4$ about

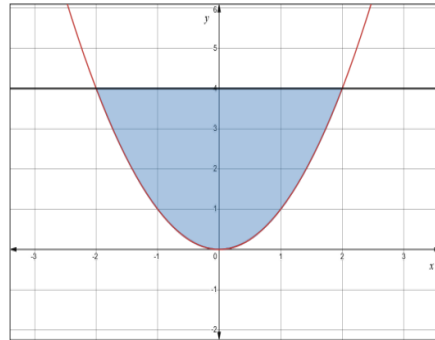
a) $y = 4$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



b) $x - axis$

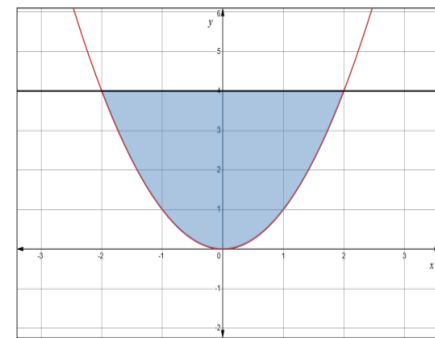
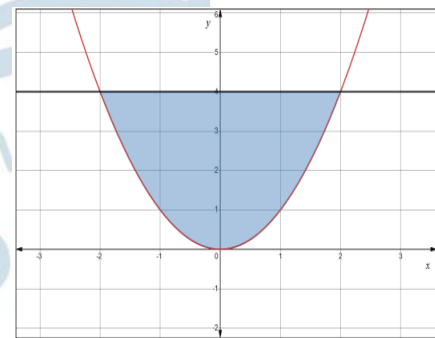
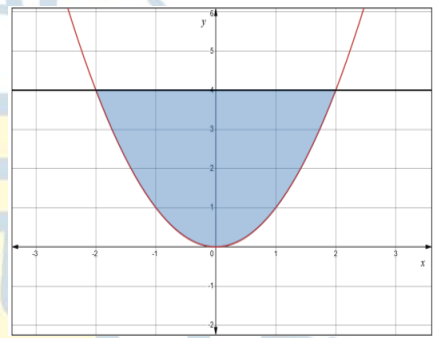
c) $y = 6$

Imad Odeh

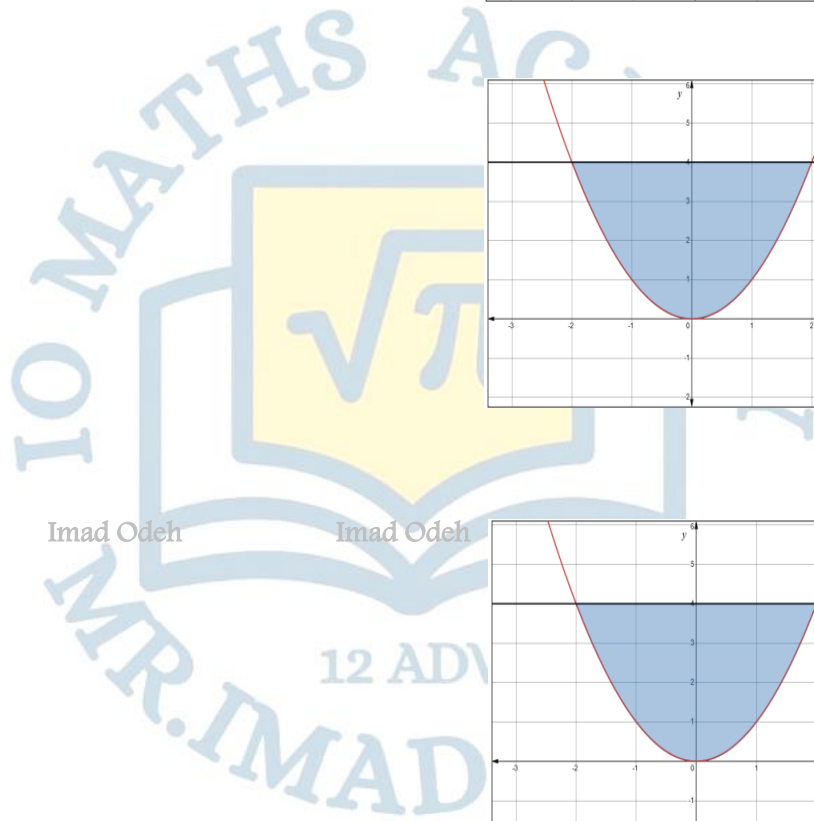
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



a) $y = -2$



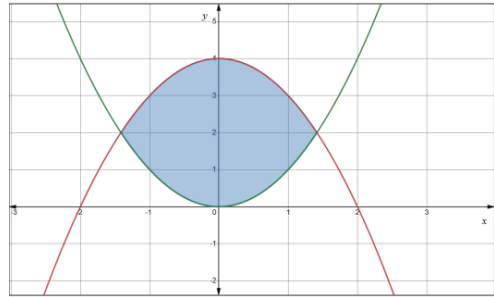
Q18

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$y = x^2$, and $y = 4 - x^2$ about

a) $x - axis$



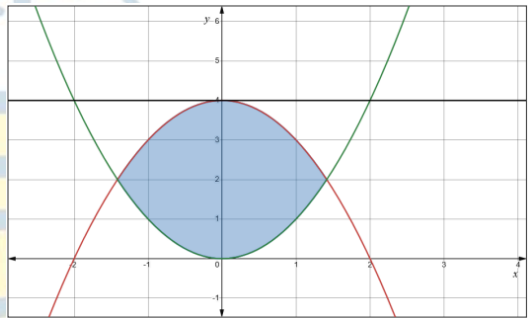
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

b) $y = 4$



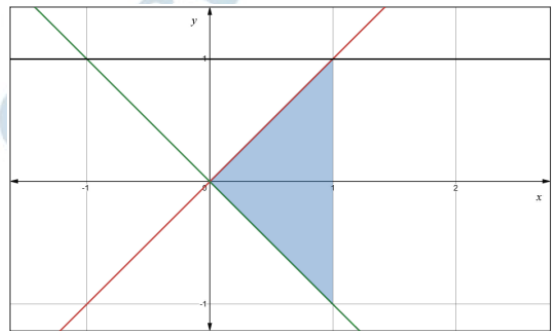
Q28

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$y = x$, $y = -x$ and $x = 1$ about

a) $y = 1$



Imad Odeh

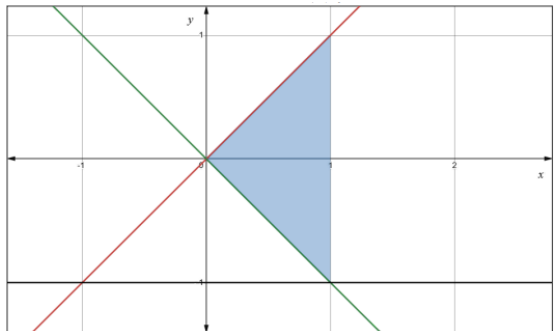
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

b) $y = -1$

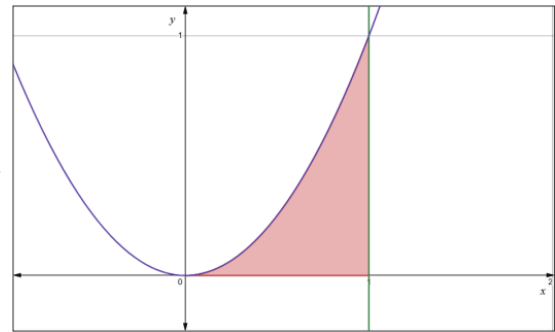


Q14 Page 481

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$y = x^2, y = 0$ and $x = 1$ about $y = -2$



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q16 Page 481

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$y = x, y = 2x$ and $x = 2$ about

a) $x - axis$

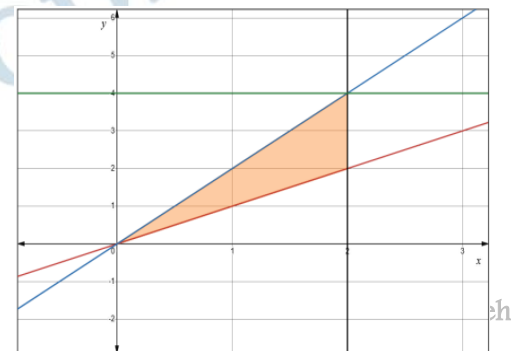


Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

b) $y = 4$



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q17 Page 481

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

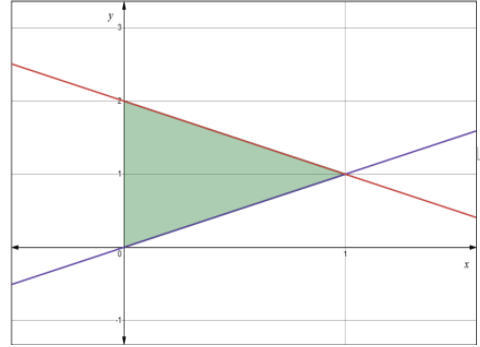
$y = x, y = 2 - x$ and $y = 0$ about

a) $x - axis$

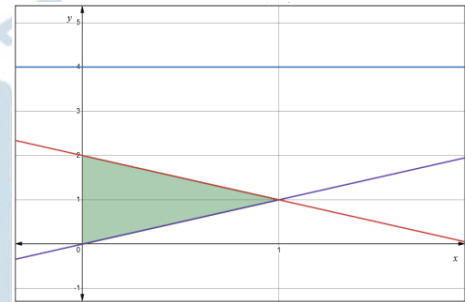
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



b) $y = 4$



Q18 Page 481

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

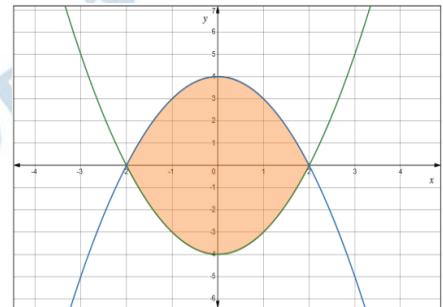
$x = 4 - y^2, x = y^2 - 4$ and $y = 0$ about

a) $x - axis$

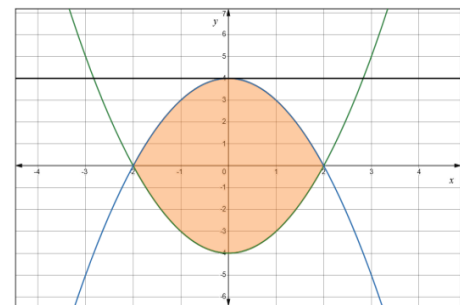
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

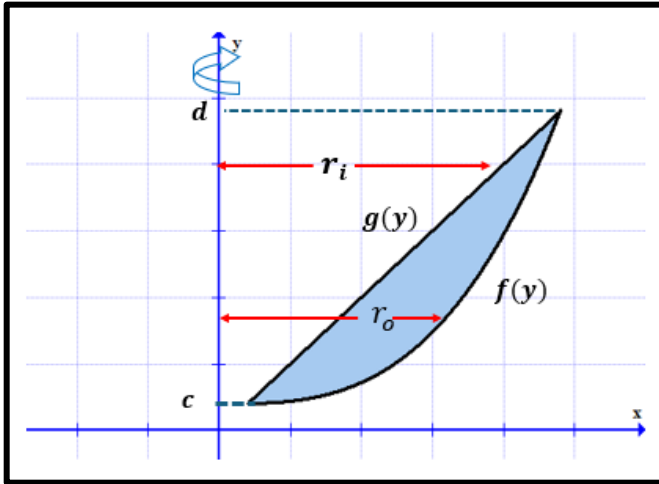


b) $y = 4$



Revolving about $y - axis$

دوران حول محور y



Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

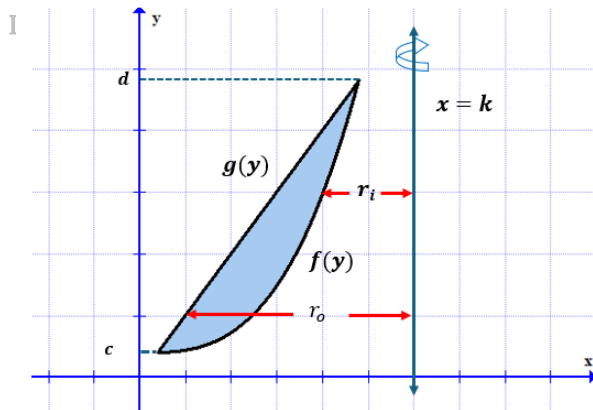
$$V = \int_c^d A(y) dy = \int_c^d \pi(r_o^2 - r_i^2) dy = \pi \int_c^d (f(y)^2 - g(y)^2) dy$$

Outer radius: r_o

Inner radius: r_i

Revolving about $y - axis$

دوران حول المستقيم $x = k$



Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$V = \int_c^d A(y) dy = \int_c^d \pi(r_o^2 - r_i^2) dy = \pi \int_c^d (k - g(y))^2 - (k - f(y))^2 dy$$

Outer radius: r_o

Inner radius: r_i

Ex6

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

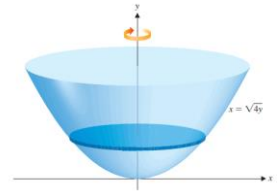
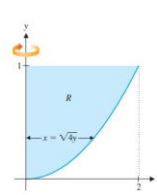
$$y = \frac{1}{4}x^2 \quad x = 0 \text{ and } y = 1 \quad \text{about}$$

c) $y - axis$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Odeh

Ex7

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

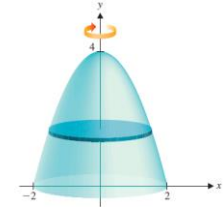
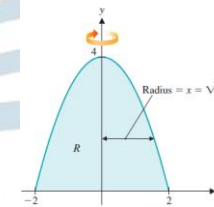
$$y = 4 - x^2 \text{ and } y = 0 \quad \text{about}$$

c) $y - axis$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



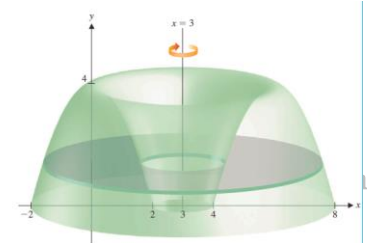
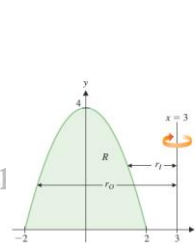
eh

d) $x = 3$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Q19

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

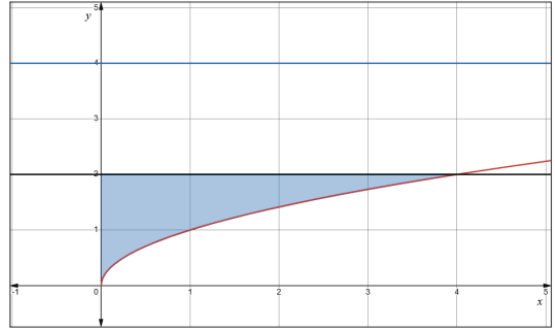
$y = \sqrt{x}$, $y = 2$ and $x = 0$, about

a) $x = 4$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Q25

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

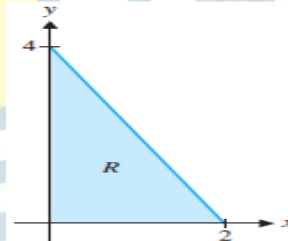
$y = 4 - 2x$, $x = 0$ and $y = 0$ about

a) $x = 2$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



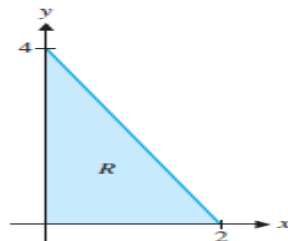
Imad Odeh

b) $x = -2$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Imad Odeh

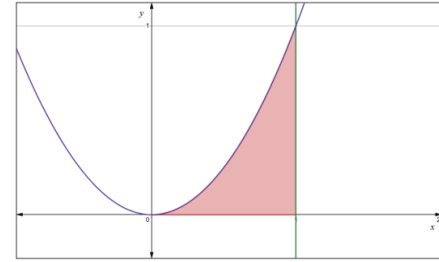
Q27

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$y = x^2, y = 0$ and $x = 1$ about

a) $y - axis$



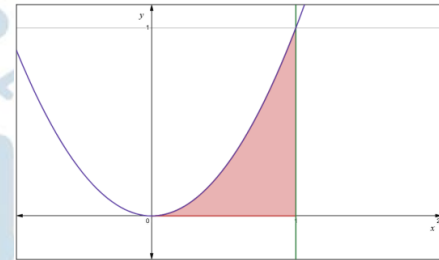
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

b) $x = 1$



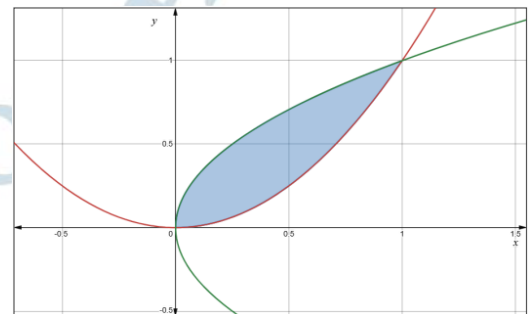
Q20

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

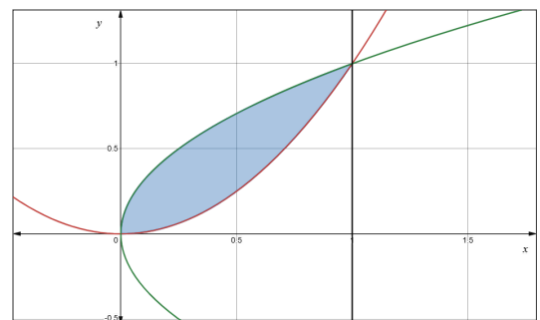
اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$y = x^2$, and $x = y^2$ about

a) $y - axis$



b) $x = 1$



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

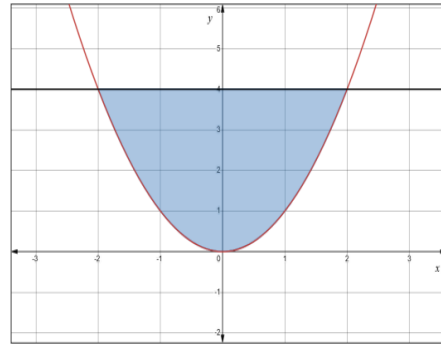
$y = x^2$, and $y = 4$ about

a) $y - axis$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



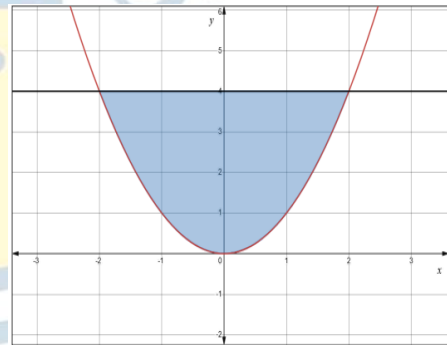
Odeh

b) $x = 2$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Imad Odeh

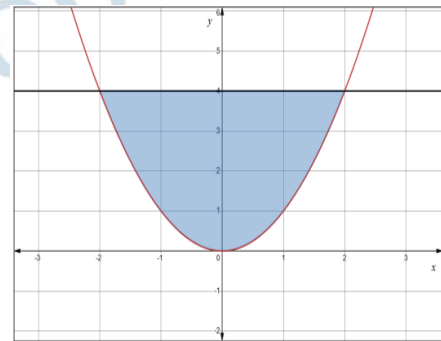
Imad Odeh

c) $x = -4$

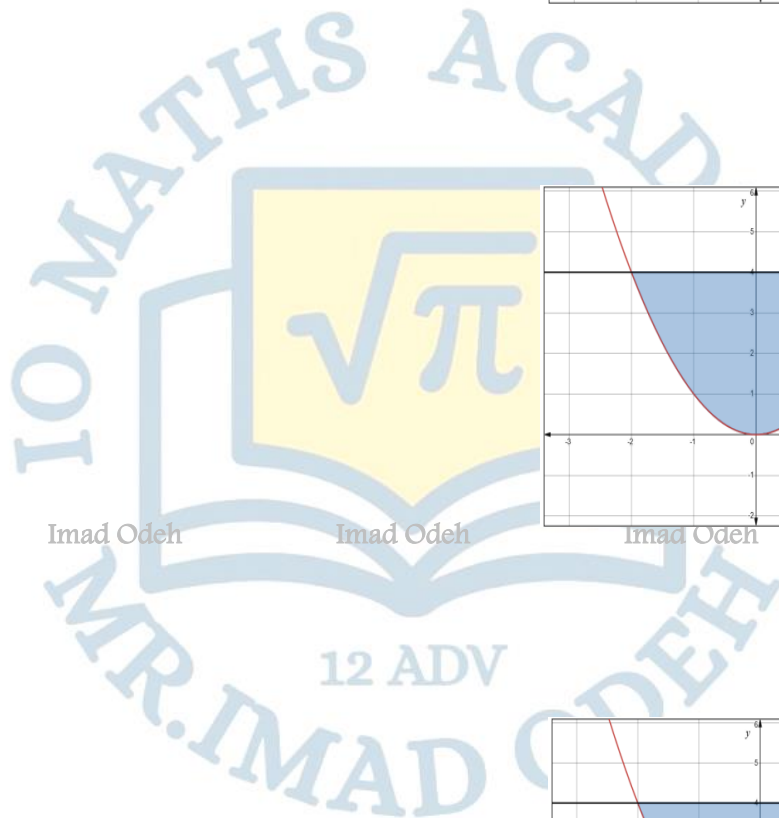
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Odeh



أسئلة سنوات سابقة وأسئلة إضافية

Q1

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

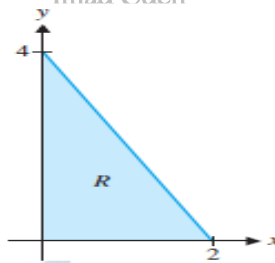
$$y = 4 - 2x, x = 0 \text{ and } y = 0 \text{ about } y - \text{axis}$$

a) $\frac{16}{3}$

b) 4π

c) $\frac{16\pi}{3}$

d) 4



Q2

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = 2 - x, \text{ and } y = 0 \text{ and } x = 0, \text{ about } x - \text{axis}$$

a) $\frac{28\pi}{3}$

b) $\frac{8\pi}{3}$

c) $\frac{16\pi}{3}$

d) $\frac{8}{3}$

Q3

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = \sqrt{x}, y = 2 \text{ and } x = 0, \text{ about } y - \text{axis}$$

a) $\frac{32\pi}{5}$

b) $v = \frac{16\pi}{3}$

c) $v = \frac{10\pi}{3}$

d) $v = \frac{8\pi}{3}$

Q4

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = x + \frac{3}{x}, \quad y = 4 \text{ about } x - \text{axis}$$

a) $v = \frac{16\pi}{3}$

Imad Odeh
 $v = 4\pi$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

b)

$$v = 6\pi$$

c)

d) $v = \frac{15\pi}{2}$

Q5

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = \sec x, \quad x = \frac{\pi}{3}, x = 0 \text{ and } y = 0 \text{ about } x - \text{axis}$$

a) $v = \frac{\pi}{3}$

Imad Odeh
 $v = \frac{\pi}{2}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

b)

$$v = \sqrt{3}\pi$$

c)

$$v = 3\pi$$

d)

Q6

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = \sqrt{x+1}, \quad y = x - 1 \text{ and } x = 0 \text{ about } y = 2$$

Imad Odeh
 $v = \frac{13\pi}{2}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

a)

b) $v = \frac{20\pi}{3}$

c) $v = \frac{49\pi}{6}$

d) $v = 9\pi$

Q7

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = \sqrt{x}, \quad y = 2 \text{ and } x = 0, \text{ about } x = 4$$

a) $v = \pi \int_0^2 (4 - y^2)^2 - 4^2 dy$

b) $v = \pi \int_0^2 (y^2 - 4)^2 dy$

c) $v = \pi \int_0^2 (4 - y^2)^2 dy$

d) $v = \pi \int_0^2 4^2 - (4 - y^2)^2 dy$

Q8

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

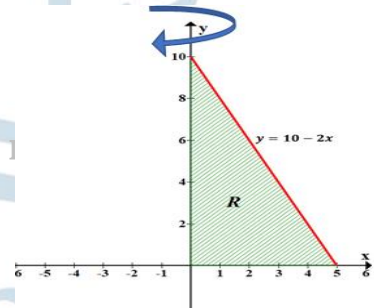
$$y = 10 - 2x, \quad \text{about } y - \text{axis}$$

a) 50π

b) $\frac{500}{3} \pi$

c) $\frac{250}{3} \pi$

d) 25π



Q9

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = \sqrt{x + 1}, \quad \text{about } x - \text{axis}, x \in [0, 3]$$

a) 5π

b) 2.5π

c) 7.5π

d) 4.5π

Q10

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = \sqrt{16 - x^2} \text{ and } y = 0 \text{ about } y = 0$$

- a) 16π
- b) $\frac{128}{3} \pi$
- c) $\frac{256}{3} \pi$
- d) 256π

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q11

Let R be the region enclosed by the graph of $y = \frac{4}{x}$ and the line $y = 5 - x$. The volume of the solid obtained by revolving R about the y-axis is given by

ليكن R المنطقة المحصورة بين منحنى $y = \frac{4}{x}$ والمستقيم $y = 5 - x$. حجم الجسم الصلب الناتج عن دوران R حول المحور y يُعطى بالعلاقة

a) $v = \pi \int_1^4 \left(5 - y - \frac{4}{y}\right)^2 dy$

b) $v = \pi \int_1^4 \left[\left(\frac{4}{y}\right)^2 - (5 - y)^2\right] dy$

c) $v = \pi \int_1^4 \left[(5 - y)^2 - \left(\frac{4}{y}\right)^2\right] dy$

d) $v = 2\pi \int_1^4 \left(5 - y - \frac{4}{y}\right)^2 dy$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q13 Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line
 بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى
 اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة

$y = x^2, y = 4 - x^2$, about $y = 6$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

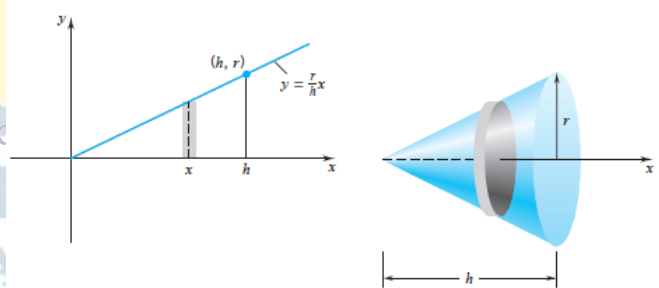
Q15 We can generate a circular cone of base radius r and height h by revolving about the x -axis the region below the graph of
 يمكننا إنشاء مخروط دائري بنصف قطر قاعدة r وارتفاع h عن طريق الدوران حول المحور x للمنطقة الموجودة أسفل الرسم البياني لـ

$f(x) = \frac{r}{h}x, 0 \leq x \leq h$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Q16 Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line
 بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى
 اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة

$y = 6 - 2x, x = 0$ and $y = 0$ about $y - axis$

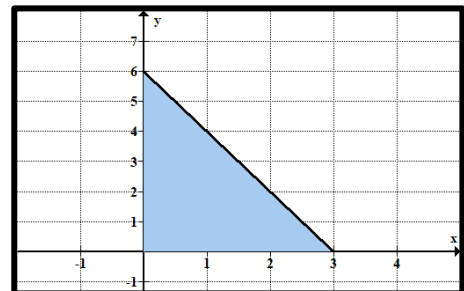
a) $V = \int_0^3 \left(\frac{6-y}{2}\right)^2 dy$

b) $V = \int_0^3 \pi \left(\frac{6-y}{2}\right)^2 dy$

c) $V = \int_0^6 \pi \left(\frac{6-y}{2}\right)^2 dy$

d) $V = \int_0^6 \left(\frac{6-y}{2}\right)^2 dy$

Imad Odeh



Q18 Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

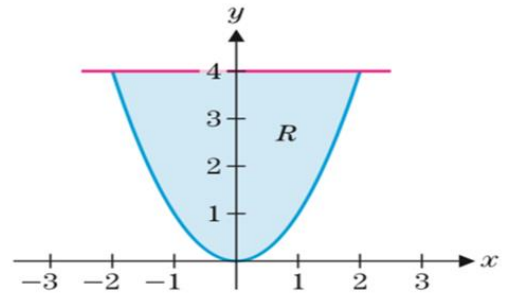
$$y = x^2, \quad y = 4, \text{ about } y = 4$$

a) $v = \pi \int_0^4 (\sqrt{y})^2 dy$

b) $v = \pi \int_{-2}^2 (4 - x^2)^2 dx$

c) $v = \pi \int_0^4 [(2 + \sqrt{y})^2 - (2 - \sqrt{y})^2] dy$

d) $v = \pi \int_0^4 [(4 + \sqrt{y})^2 - (4 - \sqrt{y})^2] dy$



Q19 Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

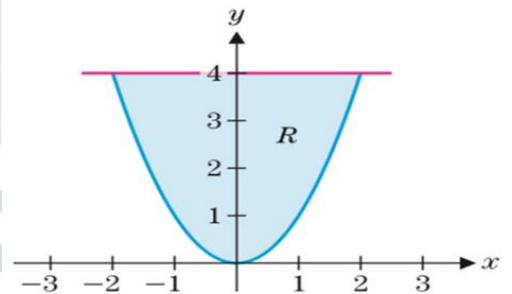
$$y = x^2, \quad y = 4, \text{ about } x = 2$$

a) $v = \pi \int_0^2 (4 - x^2)^2 dx$

b) $v = \pi \int_0^4 (\sqrt{y})^2 dy$

c) $v = \pi \int_0^4 [(2 + \sqrt{y})^2 - (2 - \sqrt{y})^2] dy$

d) $v = \pi \int_0^4 [(4 + \sqrt{y})^2 - (4 - \sqrt{y})^2] dy$



Q20 Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

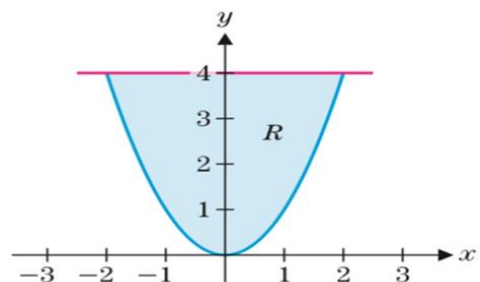
$$y = x^2, \quad y = 4, \text{ about } y = 6$$

a) $v = \pi \int_0^4 (\sqrt{y})^2 dy$

b) $v = \pi \int_{-2}^2 [(6 - x^2)^2 - 2^2] dx$

c) $v = \pi \int_0^4 [(6 + \sqrt{y})^2 - (6 - \sqrt{y})^2] dy$

d) $v = \pi \int_0^4 [(4 + \sqrt{y})^2 - (4 - \sqrt{y})^2] dy$



Q21 Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$y = x^2$, and $y = 0$ and $x = 1$, about $x - axis$

- a) $\frac{\pi}{6}$
- b) $\frac{\pi}{5}$
- c) $\frac{\pi}{2}$
- d) $\frac{32\pi}{5}$

Q22 Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

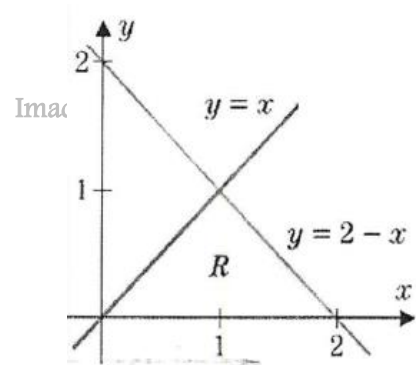
$y = 2 - x$, and $y = 0$ and $x = 0$, about $y = 3$

- a) $v = \int_0^2 \pi(3)^2 dx + \int_0^2 \pi(2 - x)^2 dx$
- b) $v = \int_0^2 \pi(3 - (2 - x))^2 dx$
- c) $v = \int_0^2 \pi(3)^2 dx - \int_0^2 \pi(3 - (2 - x))^2 dx$
- d) $v = \int_0^2 \pi(3) dx + \int_0^2 \pi(3 - (2 - x))^2 dx$

Q23 Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$y = 2 - x$, $y = x$ and $y = 0$, about $x = 3$

- a) $v = \int_0^1 \pi((3 - y)^2 - [3 - (2 - y)]^2) dy$
- b) $v = \int_0^1 2\pi((3 - y)^2 - [3 - (2 - y)]^2) dy$
- c) $v = \int_0^1 \pi((3 - y)^2 - (2 - y)^2) dy$
- d) $v = \int_0^1 \pi((3 - y)^2 - [3 + (2 - y)]^2) dy$



Q24 Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = \sqrt{16 - x^2}, \quad y = 0, \text{ about } y = 0$$

- a) 16π
- b) $\frac{128\pi}{3}$
- c) $\frac{256\pi}{3}$
- d) 256π

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

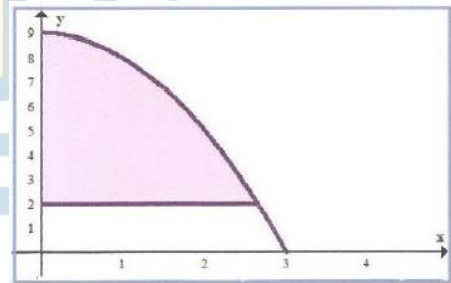
Imad Odeh

Q25 Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = 9 - x^2 \text{ and } y = 2, 0 \leq x \leq \sqrt{7} \text{ about } y - \text{axis}$$

- a) $v = \int_2^9 \pi(9 - y)^2 dy$
- b) $v = \int_2^9 \pi\sqrt{9 - y} dy$
- c) $v = \int_2^9 \pi(9 - y)^2 dy$
- d) $v = \int_2^9 \pi(9 - y) dy$



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

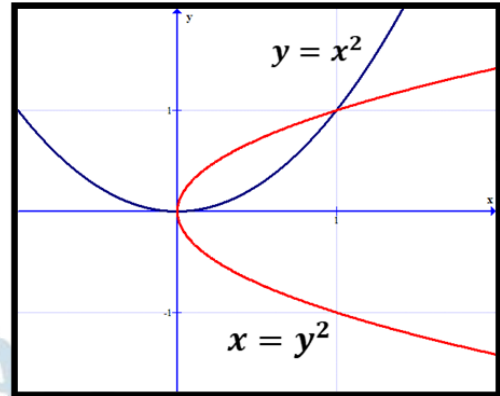
Q26

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم الجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$y = x^2$ and $x = y^2$

a) about $y - axis$



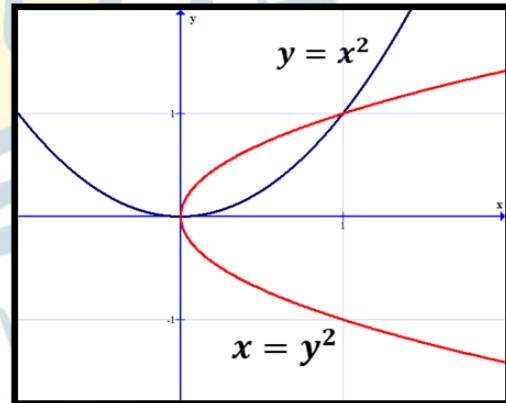
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Odeh

b) $x = 1$



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

5-4

ARC LENGTH AND SURFACE AREA

طول القوس والمساحة السطحية

Arc Length طول القوس

$$s = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$$

Ex1 Find the arc length of the portion of the curve

اوجد طول قوس المنحنى

$$y = \sin x \text{ with } 0 \leq x \leq \pi.$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Ex2 Find the arc length of the portion of the curve

اوجد طول قوس المنحنى

$$y = x^2 \text{ with } 0 \leq x \leq 1$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Ex3 Find the arc length of the portion of the curve

اوجد طول قوس المنحنى

$$y = x^4 \quad \text{with } 0 \leq x \leq 1$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q1 Find the arc length of the portion of the curve

اوجد طول قوس المنحنى

$$y = 2x + 1, \quad 0 \leq x \leq 2$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Find the arc length of the portion of the curve

اوجد طول قوس المنحنى

$$y = \ln(\sec x), \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 Find the arc length of the portion of the curve

اوجد طول قوس المنحنى

$$y = 4x^{\frac{3}{2}} + 1, 1 \leq x \leq 2$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q4 Find the arc length of the portion of the curve

اوجد طول قوس المنحنى

$$y = \frac{1}{4}(e^{2x} + e^{-2x}), 0 \leq x \leq 1$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q5 Find the arc length of the portion of the curve

اوجد طول قوس المنحنى

$$y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}\ln x, 1 \leq x \leq 2$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q6 Find the arc length of the portion of the curve

اوجد طول قوس المنحنى

$$y = \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2x}, 1 \leq x \leq 3$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q7 Find the arc length of the portion of the curve

اوجد طول قوس المنحنى

$$y = \frac{1}{8}y^4 + \frac{1}{4y^2}, -2 \leq y \leq -1$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q8 Find the arc length of the portion of the curve

اوجد طول قوس المنحنى

$$y = e^{y/2} + e^{-y/2}, -1 \leq y \leq 1$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q9 Find the arc length of the portion of the curve

اوجد طول قوس المنحنى

$$y = \frac{1}{3}x^{3/2} - x^{1/2}, 1 \leq x \leq 4$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q5 Find the arc length of the portion of the curve

اوجد طول قوس المنحنى

$$y = 2\ln(4 - x^2), 0 \leq x \leq 1$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q 19Page 481 set up an integral for the arc length

اكتب التكامل الذي يمثل طول القوس

$$y = x^4 \quad \text{for } -1 \leq x \leq 1$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q20 Page 481

set up an integral for the arc length

اكتب التكامل الذي يمثل طول القوس

$$y = x^2 + x \quad \text{for } -1 \leq x \leq 0$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q21 Page 481

set up an integral for the arc length

اكتب التكامل الذي يمثل طول القوس

$$y = e^{x/2} \quad \text{for } -2 \leq x \leq 2$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q22 Page 481

set up an integral for the arc length

اكتب التكامل الذي يمثل طول القوس

$$y = \sin 2x \quad \text{for } 0 \leq x \leq \pi$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Ex4

A rope is to be hung between two poles 20 feet apart. If the rope assumes the shape of the catenary, compute the length of the rope.

اوجد طول حبل معلق بين عمودين المسافة بينهما 20 قدم يصنع منحنى معادلته

$$y = 10(e^{x/20} + e^{-x/20}), \quad -20 \leq x \leq 20$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q23

A rope is to be hung between two poles 40 feet apart. If the rope assumes the shape of the catenary, compute the length of the rope.

اوجد طول حبل معلق بين عمودين المسافة بينهما 40 قدم يصنع منحنى معادلته

$$y = 10(e^{x/20} + e^{-x/20}), \quad -20 \leq x \leq 20$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q23

A rope is to be hung between two poles 60 feet apart. If the rope assumes the shape of the catenary, compute the length of the rope.

اوجد طول حبل معلق بين عمودين المسافة بينهما 60 قدم يصنع منحنى معادلته

Imad Odeh

Imad Odeh

$$y = 15(e^{x/30} + e^{-x/30}), \quad -30 \leq x \leq 30$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Q25

A rope is to be hung between two poles 20 feet apart. If the rope assumes the shape of the catenary, compute the length of the rope.

اوجد طول حبل معلق بين عمودين المسافة بينهما 20 قدم يصنع منحنى معادلته

$$y = 5(e^{x/20} + e^{-x/20}), \quad -10 \leq x \leq 10$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Compute the "sag" in the cable—that is, the difference between the y – *values* in the middle ($x = 0$) and at the poles ($x = 10$). Given this, is the arc length calculation surprising?

احسب "الترهل" في الكابل، أي الفرق بين قيم المحور y في المنتصف ($x = 0$) وعند العمودين ($x = 10$) بناءً على ذلك، هل يُثير حساب طول القوس دهشتك؟

أسئلة سنوات سابقة وأسئلة إضافية

Q1 Find the arc length of the portion of the curve

اوجد طول قوس المنحنى

$$y = 5x + 1, \quad 0 \leq x \leq 2$$

- a) $s = \sqrt{26}$
 b) $s = 2\sqrt{26}$
 c) $s = \sqrt{26}\pi$
 d) $s = 2\sqrt{26}\pi$

Q2 Find the arc length of the portion of the curve

اوجد طول قوس المنحنى

Imad Odeh

Imad Odeh

$$y = \sqrt{1 - x^2}, \quad 0 \leq x \leq \frac{1}{2}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

- a) $s = \frac{\pi}{2}$
 b) $s = \frac{\pi}{4}$
 c) $s = \frac{\pi}{3}$
 d) $s = \frac{\pi}{6}$

Q3 set up an integral for the arc length

$$y = x^3, -1 \leq x \leq 1,$$

a)
$$S = \int_{-1}^1 \sqrt{1 + 9x^4} dx$$

b)
$$S = \int_{-1}^1 \sqrt{1 + (x^3)^2} dx$$

c)
$$S = \pi \int_{-1}^1 \sqrt{1 + 9x^4} dx$$

d)
$$S = \int_{-1}^1 \sqrt{1 + 3x^4} dx$$

Q4 Find the arc length of the portion of the curve

اوجد طول قوس المنحنى

$$y = 3x + 2, 0 \leq x \leq 2$$

a)
$$s = \sqrt{10}$$

b)
$$s = 2\sqrt{10}$$

c)
$$s = \sqrt{5}$$

d)
$$s = 2\sqrt{5}$$

Q5 set up an integral for the arc length

اكتب التكامل الذي يحسب طول قوس المنحنى

$$y = \ln x, 1 \leq x \leq 3,$$

a)
$$S = \int_1^3 \sqrt{1 + \ln x^2} dx$$

b)
$$S = \int_1^3 \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} dx$$

c)
$$S = \pi \int_1^3 \sqrt{1 + \frac{1}{x}} dx$$

d)
$$S = \int_1^3 \left(1 + \frac{1}{x^2}\right) dx$$

Q6 set up an integral for the arc length

$$y = 4x^{3/2}, 1 \leq x \leq 2,$$

a) $S = \int_1^2 \sqrt{1 + 36x} dx$

b) $S = \pi \int_1^2 \sqrt{1 + 6x^2} dx$

c) $S = 8\pi \int_1^2 x^3 \sqrt{1 + 36x} dx$

d) $S = \int_1^2 \sqrt{1 + 36x^2} dx$

Q7 set up an integral for the arc length

$$y = \tan x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4},$$

a) $S = \int_0^{\pi/4} \sqrt{1 + \sec^4 x} dx$

b) $S = \int_0^{\pi/4} \sqrt{1 + \sec x} dx$

c) $S = \pi \int_0^{\pi/4} \sqrt{1 + \sec^2 x} dx$

d) $S = \int_0^{\pi/4} \sqrt{1 + \tan^2 x} dx$

Q8 set up an integral for the arc length

$$y = \ln(\sin x), \frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3},$$

a) $S = \int_{\pi/3}^{2\pi/3} \csc^2 x dx$

b) $S = \int_{\pi/3}^{2\pi/3} \sqrt{1 + \cot x} dx$

c) $S = \int_{\pi/3}^{2\pi/3} \csc x dx$

d) $S = \int_{\pi/3}^{2\pi/3} \sqrt{1 + \csc^2 x} dx$

Q9 set up an integral for the arc length

اكتب التكامل الذي يحسب طول قوس المنحنى

$$y = 1 + 4x^{3/2}, 0 \leq x \leq 3,$$

a) $S = \int_0^3 \sqrt{1 + 36x} dx$

b) $S = \int_0^3 \sqrt{1 + 36x^2} dx$

c) $S = \int_0^3 \sqrt{1 + 36x^3} dx$

d) $S = \int_0^3 \sqrt{1 + 48x} dx$

Q10 Find the arc length of the portion of the curve

اوجد طول قوس المنحنى

$$F(x) = \int_1^{x^2} \sqrt{t+1} dt \quad \text{from } x = 1 \text{ to } x = 2$$

a) $s = \frac{8}{3}$

b) $s = \frac{10}{3}$

c) $s = \frac{15}{3}$

d) $s = \frac{17}{3}$

Q11

A rope is to be hung between two poles 40 meters apart. If the rope assumes the shape of the catenary

سلك معلق بين عمودين المسافة بينهما 40 متر إذا كان الشكل يتخذ شكل المنحنى

$$y = 10(e^{x/20} + e^{-x/20}), -20 \leq x \leq 20$$

compute the length of the rope.

a) $S = 20(e - e^{-1})m$

b) $S = 20(e^{-1} - e)m$

c) $S = 10(e - e^{-1})m$

d) $S = 40(e - e^{-1})m$

Q12 The length of a curve from $x = a$ to $x = b$ is given by إذا كان طول القوس معطى بالتكامل التالي

$$\int_a^b \sqrt{1 + \sin^2 x} dx$$

Which of the following could be the equation for this curve? أي مما يلي يمكن ان يكون معادلة المنحنى

a) $y = \sin(2x)$

b) $y = \cos(2x)$

c) $y = -\frac{1}{2}\cos(2x)$

d) $y = \frac{1}{2}\sin(2x)$

Q13 Find the length of the curve جد طول قوس المنحنى

$$\int_1^x \sqrt{\sqrt{t} - 1} dt \quad 1 \leq x \leq 16$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q14 Find the arc length of the portion of the curve اوجد طول قوس المنحنى

$$f(x) = \int_0^x \sqrt{t^2 + 4t + 3} dt, \quad 0 \leq x \leq 2$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q15 Find the arc length of the portion of the curve

اوجد طول قوس المنحنى

$$y = \sqrt{1 - x^2}, 0 \leq x \leq \frac{1}{2}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q16 set up an integral for the arc length

اكتب التكامل الذي يحسب طول قوس المنحنى

$$y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}\ln x, 1 \leq x \leq 2,$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Surface Area

$$s = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$$

Ex5 Find the surface area of the surface generated by revolving

اوجد المساحة السطحية للسطح المتولد من دوران

$$y = x^4, \text{ for } 0 \leq x \leq 1 \text{ about } x - \text{axis}$$

Q29 Set up the integral for the surface area

اكتب التكامل الذي يمثل المساحة السطحية لمنحنى

$$y = x^2, \quad 0 \leq x \leq 1 \text{ revolved about } x - \text{axis}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

12 ADV

Q30 Set up the integral for the surface area

اكتب التكامل الذي يمثل المساحة السطحية لمنحنى

$$y = \sin x, \quad 0 \leq x \leq \pi \text{ revolved about } x - \text{axis}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q31 Set up the integral for the surface area اكتب التكامل الذي يمثل المساحة السطحية لمنحنى

$$y = 2x - x^2, \quad 0 \leq x \leq 2 \quad \text{revolved about } x - \text{axis}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q32 Set up the integral for the surface area اكتب التكامل الذي يمثل المساحة السطحية لمنحنى

$$y = x^3 - 4x, \quad -2 \leq x \leq 0 \quad \text{revolved about } x - \text{axis}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q33 Set up the integral for the surface area اكتب التكامل الذي يمثل المساحة السطحية لمنحنى

$$y = e^x, \quad 0 \leq x \leq 1 \quad \text{revolved about } x - \text{axis}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q34 Set up the integral for the surface area

اكتب التكامل الذي يمثل المساحة السطحية لمنحنى

$$y = \ln x, \quad 1 \leq x \leq 2 \quad \text{revolved about } x - \text{axis}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q35 Set up the integral for the surface area

اكتب التكامل الذي يمثل المساحة السطحية لمنحنى

$$y = \cos x, \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \quad \text{revolved about } x - \text{axis}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q36 Set up the integral for the surface area

اكتب التكامل الذي يمثل المساحة السطحية لمنحنى

$$y = \sqrt{x}, \quad 1 \leq x \leq 2 \quad \text{revolved about } x - \text{axis}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q23 P481 Set up the integral for the surface area

$$y = 1 - x^2, \quad 0 \leq x \leq 1 \quad \text{revolved about } x - \text{axis}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q24 P481 Set up the integral for the surface area

اكتب التكامل الذي يمثل المساحة السطحية لمنحنى

$$y = x^3, \quad 0 \leq x \leq 1 \quad \text{revolved about } x - \text{axis}$$

أسئلة سنوات سابقة وأسئلة إضافية

Q1 Set up the integral for the surface area generated by revolving about $x - \text{axis}$ اكتب التكامل الذي يحسب المساحة السطحية للمجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنى حول المحور x

$$y = x^3 - 4x, \quad -2 \leq x \leq 0,$$

a)
$$S = \int_{-2}^0 \pi(x^3 - 4x) \sqrt{1 + (3x^2 - 4)} dx$$

b)
$$S = \int_{-2}^0 2\pi(x^3 - 4x) \sqrt{1 + (3x^2 - 4)} dx$$

c)
$$S = \int_{-2}^0 \pi(x^3 - 4x) \sqrt{1 + (3x^2 - 4)^2} dx$$

d)
$$S = \int_{-2}^0 2\pi(x^3 - 4x) \sqrt{1 + (3x^2 - 4)^2} dx$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Set up the integral for the surface area generated by revolving about $x - axis$

اكتب التكامل الذي يحسب المساحة السطحية للمجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنى حول المحور x

$$y = \cos x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2},$$

a) $S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\pi(\cos x) \sqrt{1 + \sin^2 x} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

b) $S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi(\cos x) \sqrt{1 + \sin^2 x} dx$

c) $S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\pi(\cos x)^2 dx$

d) $S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\pi(\sin x) \sqrt{1 + \sin^2 x} dx$

Q3 Set up the integral for the surface area generated by revolving about $x - axis$

اكتب التكامل الذي يحسب المساحة السطحية للمجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنى حول المحور x

$$y = 4x, 1 \leq x \leq 2,$$

a) $S = 2\pi \int_1^2 4x \sqrt{1 + 16x^2} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

b) $S = \pi \int_1^2 16x^2 \sqrt{1 + 16x^2} dx$

c) $S = \pi \int_1^2 4x \sqrt{1 + 4x^2} dx$

d) $S = 2\pi \int_1^2 16x^2 \sqrt{1 + 16x^2} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q4 Let S be the surface area generated by revolving the bounded region about $x - axis$

لتكن S المساحة السطحية المتولدة من دوران المنطقة المحددة حول محور x

$$y = f(x) , a \leq x \leq b \text{ and } s = \int_a^b k \pi x^2 \sqrt{1 + 36x^2} dx ,$$

Find value of k

اوجد قيمة k

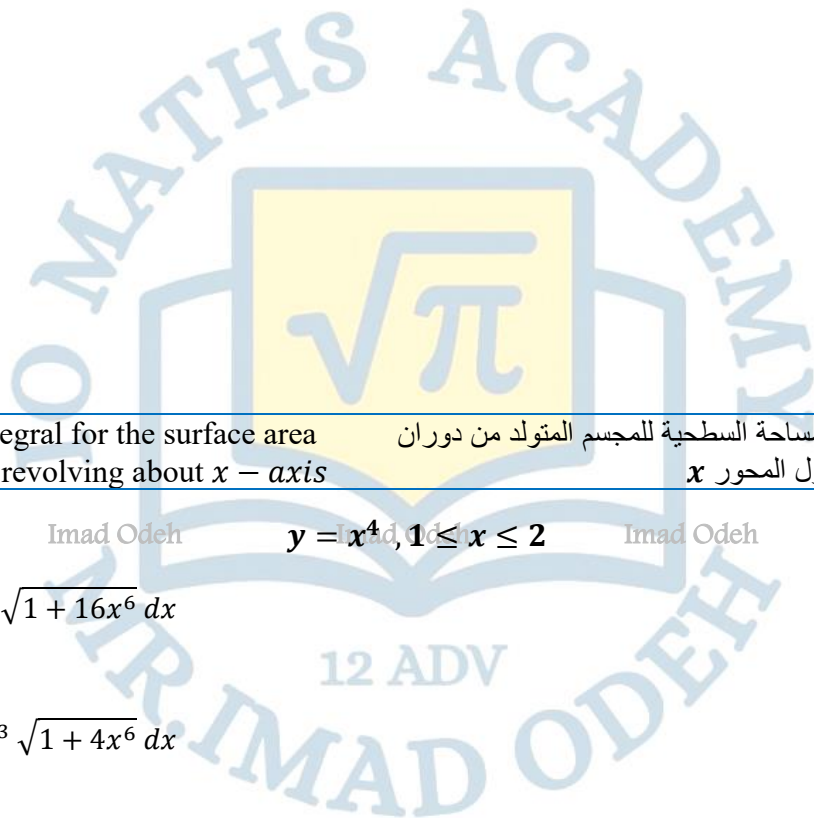
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Q5 Set up the integral for the surface area generated by revolving about $x - axis$

اكتب التكامل الذي يحسب المساحة السطحية للمجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنى حول المحور x

Imad Odeh

Imad Odeh

$$y = x^4, 1 \leq x \leq 2$$

Imad Odeh

Imad Odeh

a) $S = 2\pi \int_1^2 x^4 \sqrt{1 + 16x^6} dx$

b) $S = 2\pi \int_1^2 4x^3 \sqrt{1 + 4x^6} dx$

c) $S = \pi \int_1^2 x^4 \sqrt{1 + 16x^6} dx$

d) $S = 2\pi \int_1^2 x^4 \sqrt{1 + 4x^6} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q6 Set up the integral for the surface area generated by revolving about $x - axis$ اكتب التكامل الذي يحسب المساحة السطحية للمجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنى حول المحور x

$$y = \ln x, 1 \leq x \leq 2$$

a) $S = \int_1^2 4\pi \ln x \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} dx$

b) $S = \int_1^2 2 \ln x \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} dx$

c) $S = \int_1^2 2\pi \ln x \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} dx$

d) $S = \int_1^2 2\pi \left(\frac{1}{x}\right) \sqrt{1 + (\ln x)^2} dx$

Q7 Set up the integral for the surface area generated by revolving about $x - axis$ اكتب التكامل الذي يحسب المساحة السطحية للمجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنى حول المحور x

$$y = x^2, 0 \leq x \leq 1,$$

a) $S = 2\pi \int_0^1 x^2 \sqrt{1 + 2x^2} dx$

b) $S = 2\pi \int_0^1 x^2 \sqrt{1 + 4x^2} dx$

c) $S = 2\pi \int_0^1 x^2 \sqrt{1 + x^2} dx$

d) $S = 2\pi \int_0^1 x^2 \sqrt{1 + 2x} dx$

Q8 Set up the integral for the surface area generated by revolving about $x - axis$ اكتب التكامل الذي يحسب المساحة السطحية للمجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنى حول المحور x

$$y = \sin x, 0 \leq x \leq \pi,$$

a) $S = \int_0^\pi 4\pi(\sin x) \sqrt{1 + \cos x} dx$

b) $S = \int_0^\pi (\sin x) \sqrt{1 + \cos^2 x} dx$

c) $S = \int_0^\pi 2\pi(\sin x) \sqrt{1 + \cos^2 x} dx$

d) $S = \int_0^\pi 2\pi(\cos x) \sqrt{1 + \cos^2 x} dx$

Q9 Set up the integral for the surface area generated by revolving about $x - axis$

اكتب التكامل الذي يحسب المساحة السطحية للمجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنى حول المحور x

$$y = \sin x, 0 \leq x \leq \pi,$$

a) $S = 2\pi \int_0^{\pi} \sin x \sqrt{1 + \cos^2 x} dx$

b) $S = 2\pi \int_0^{\pi} \sin^2 x \sqrt{1 + \cos x} dx$

c) $S = \pi \int_0^{\pi} \cos x \sqrt{1 + \sin^2 x} dx$

d) $S = \pi \int_0^{\pi} \cos^2 x \sqrt{1 + \sin x} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q10 Set up the integral for the surface area generated by revolving about $x - axis$

اكتب التكامل الذي يحسب المساحة السطحية للمجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنى حول المحور x

$$y = \cos x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2},$$

a) $S = 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \sqrt{1 + \cos^2 x} dx$

b) $S = 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \sqrt{1 + \cos x} dx$

c) $S = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sqrt{1 + \sin^2 x} dx$

d) $S = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \sqrt{1 + \sin x} dx$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

PROJECTILE MOTION المقذوفات

في درس المقذوفات نحتاج التعرف على مجموعة من القوانين والمفاهيم التي سوف نعتمد عليها في هذا الدرس وهي كالتالي والتي نستطيع استخدامها في الأسئلة الموضوعية الاختيار من متعدد دون الحاجة الى حل السؤال كامل

$$h''(t) = -g.$$

حيث تمثل g التسارع وتساوي

$$g = -9.8m/s^2 \text{ في حال القياس بالمتري}$$

$$g = -32ft/s^2 \text{ في حال القياس بالقدم}$$

One dimension	حركة المقذوفات في بعد واحد
$v = \int h''(t) dt = \int -g dt = \int -9.8 dt, \quad v_o = h'(0) = y(0), \quad h_o = y(0)$ $v = \int h''(t) dt = \int -g dt = \int -32 dt, \quad v_o = h'(0) = y(0), \quad h_o = y(0)$	
	في حال السرعة كانت للأعلى أو اليمين تكون اشارتها موجبة وفي حال كانت للأسفل أو اليسار نضع إشارة سالبة
$h = y = 0, \quad t = \frac{2v_o}{g}$	زمن التحليق يحدث عندما يصبح الارتفاع صفر أي ان
$h' = y' = v = 0$	عند أقصى ارتفاع دائما نضع السرعة تساوي صفر ولإيجاد أقصى ارتفاع أو الزمن نضع $v = 0$ ومن ثم نوجد قيمة t ونعوضها في دالة الارتفاع
$y = 0$	عند الاصطدام يكون الارتفاع صفر ولإيجاد السرعة عند الاصطدام نضع $y = 0$ ومن ثم نوجد t ونعوضها في دالة السرعة لإيجاد v
Two dimensions	حركة المقذوفات في بعدين
$y'(t) = v_o \sin \theta$ $x'(t) = v_o \cos \theta$	مركبة السرعة العمودية مركبة السرعة الأفقية
$h = y = 0, \quad t = \frac{-2v_o \sin \theta}{g}$	زمن التحليق يحدث عندما يصبح الارتفاع صفر أي ان The time of flight
$R = (v_o \cos \theta) t$ $R = (v_o \cos \theta) \frac{-2v_o \sin \theta}{g}$ $R = \frac{-v_o^2 \sin 2\theta}{g}$	المدى الأفقي Horizontal range

Identify the initial conditions $y(0)$ and $y'(0)$ حدد الشروط الابتدائية $y(0)$, $y'(0)$

Q1 An object is dropped from a height of **80 ft**. أسقط جسم من ارتفاع **80 ft**

Q2 An object is released from a height of **20 ft** with a downward velocity **10ft/s** أطلق جسم من ارتفاع **20 ft** مع سرعة ابتدائية متجهة صغودا **10ft/s**

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 An object is released from a height of **60 ft** with an upward velocity **10ft/s**. أطلق جسم من ارتفاع **60 ft** مع سرعة ابتدائية متجهة صغودا **10ft/s**

Q4 An object is released from a height of **20 ft** with a downward velocity **10ft/s** أطلق جسم من ارتفاع **20 ft** مع سرعة ابتدائية متجهة صغودا **10ft/s**

Ex1

If a diving board is **4.5 meters** above the surface of the water and a diver starts with initial velocity of **2.4 m/s** (in the upward direction), what is the diver's velocity at impact (assuming no air resistance)?

إذا كان لوح الغوص على ارتفاع **4.5 متر** فوق سطح الماء وبدأ الغواص بسرعة أولية **2.4 متر/ثانية** (في الاتجاه لأعلى)، فما هي سرعة الغواص عند الاصطدام (بافتراض عدم وجود مقاومة للهواء)؟

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

12 ADV

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q5

A diver drops from **30 ft** above the water (about the height of an Olympic platform dive). What is the diver's velocity at impact?

يقفز غطاس من لوحة الغطس من ارتفاع **30ft** اوجد سرعة الغطاس عند الاصطدام بسطح الماء

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q6

A diver drops from **120 feet** above the water (about the height of divers at the Acapulco Cliff Diving competition). What is the diver's velocity at impact?

يقفز غطاس من ارتفاع **120ft** اوجد سرعة الغطاس عند الاصطدام بسطح الماء

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q 25P481

A diver drops from a height of **64 feet**. What is the velocity at impact?

غواص يسقط من ارتفاع 64 قدمًا. ما هي سرعة الاصطدام؟

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q26 P481

If the diver in exercise 25 has an initial upward velocity of 4 ft/s, what will be the impact velocity?

إذا كان الغواص في التمرين 25 لديه سرعة تصاعدية أولية تبلغ 4 أقدام/ثانية، فما هي سرعة الاصطدام؟

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Ex2

A ball is propelled straight upward from the ground with initial velocity 19.6 m/s . Ignoring air resistance, find an equation for the height of the ball at any time t . Also, determine the maximum height and the amount of time the ball spends in the air.

دُفعت كرة بشكل مستقيم لأعلى من الأرض بسرعة ابتدائية 19.6 m/s متجاهلاً مقاومة الهواء، أوجد معادلة ارتفاع الكرة في أي وقت t . وحدد أيضاً أقصى ارتفاع ومقدار الوقت الذي تقضيه الكرة في الهواء.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Ex3

It has been reported that former basketball star Michael Jordan had a vertical leap of **135 cm**. Ignoring air resistance, what is the initial velocity required to jump this high?

أفيد أن نجم كرة السلة السابق مايكل جوردان قفز قفزة عمودية بارتفاع **135cm**. بتجاهل مقاومة الهواء، ما هي السرعة الابتدائية اللازمة للقفز بهذا الارتفاع؟

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q13

One of the authors has a vertical “jump” of **20 in.** What is the initial velocity required to jump this high?

أحد الرياضيين لديه "قفزة" رأسية تبلغ **20 بوصة**. ما السرعة الابتدائية المطلوبة للقفز إلى هذا الارتفاع؟

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q31b P481

Find the initial velocity needed to propel an object to a height of 128 feet. Find the object's velocity at impact.

أوجد السرعة الابتدائية اللازمة لدفع جسم إلى ارتفاع 128 قدمًا. أوجد سرعة الجسم عند الاصطدام.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Ex4

An object is launched at angle $\theta = \frac{\pi}{6}$ from the horizontal with initial speed $v_0 = 98 \text{ m/s}$. Determine the time of flight and the (horizontal) range of the projectile.

أطلق جسم بزاوية $\theta = \frac{\pi}{6}$ من الأفقي، بسرعة ابتدائية $v_0 = 98 \text{ m/s}$. حدد زمن انطلاق المقذوف ومداه الأفقي.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q17

An object is launched at angle $\theta = \frac{\pi}{3}$ from the horizontal with initial speed $v_0 = 98 \text{ m/s}$. Determine the time of flight and the (horizontal) range of the projectile.

تم إطلاق جسم بزاوية $\theta = \frac{\pi}{3}$ مع الأفق وبسرعة ابتدائية $v_0 = 98 \text{ m/s}$ اوجد زمن التحليق والمسافة الأفقية التي يقطعها الجسم

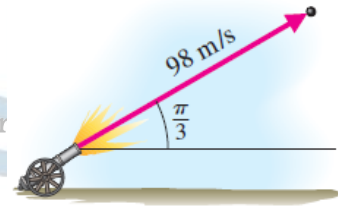
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Q18

An object is launched at angle $\theta = 30^\circ$ from the horizontal with initial speed $v_0 = 40 \text{ m/s}$. Determine the time of flight and the (horizontal) range of the projectile.

تم إطلاق جسم بزاوية $\theta = 30^\circ$ مع الأفق وبسرعة ابتدائية $v_0 = 40 \text{ m/s}$ اوجد زمن التحليق والمسافة الأفقية التي يقطعها الجسم

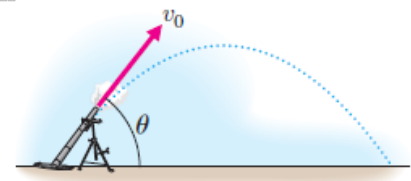
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Q27 P481

An object is launched from the ground at an angle of 20° with an initial speed of 48 ft/s . Find the time of flight and the horizontal range.

أطلق جسم من الأرض بزاوية 20° درجة بسرعة ابتدائية 48 قدمًا/ثانية . أوجد زمن الرحلة والمدى الأفقي.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q28 P481

An object is launched from a height of 6 feet at an angle of 20° with an initial speed of 48 ft/s . Find the time of flight and the horizontal range.

أطلق جسم من ارتفاع 6 أقدام بزاوية 20° درجة بسرعة ابتدائية 48 قدمًا/ثانية . أوجد زمن الرحلة والمدى الأفقي.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q29 P481

A football is thrown from a height of 6 feet with initial speed of 80 ft/s at an angle of 8° . A person stands 40 yards downfield in the direction of the throw. Is it possible to catch the ball?

فُذفت كرة قدم من ارتفاع 6 أقدام بسرعة ابتدائية 80 قدمًا/ثانية بزاوية 8° درجات. يقف شخص على بُعد 40 ياردة في اتجاه الرمية. هل يُمكن التقاط الكرة؟

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q30 P481

A football is thrown from a height of 6 feet with initial speed 80 ft/s at an angle of 24° . A person stands 40 yards downfield in the direction of the throw. Is it possible to catch the ball?

فُذفت كرة قدم من ارتفاع 6 أقدام بسرعة ابتدائية 80 قدمًا/ثانية بزاوية 24° درجة. يقف شخص على بُعد 40 ياردة في اتجاه الرمية. هل يُمكن التقاط الكرة؟

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Ex5

Venus Williams has one of the fastest serves in women's tennis. Suppose that she hits a serve from a height of **10 feet** at an initial speed of 120 mph and at an angle of 7° below the horizontal. The serve is "in" if the ball clears a **3'-high** net that is **39'** away and hits the ground in front of the service line **60'** away. (We illustrate this situation in Figure.) Determine whether the serve is in or out.

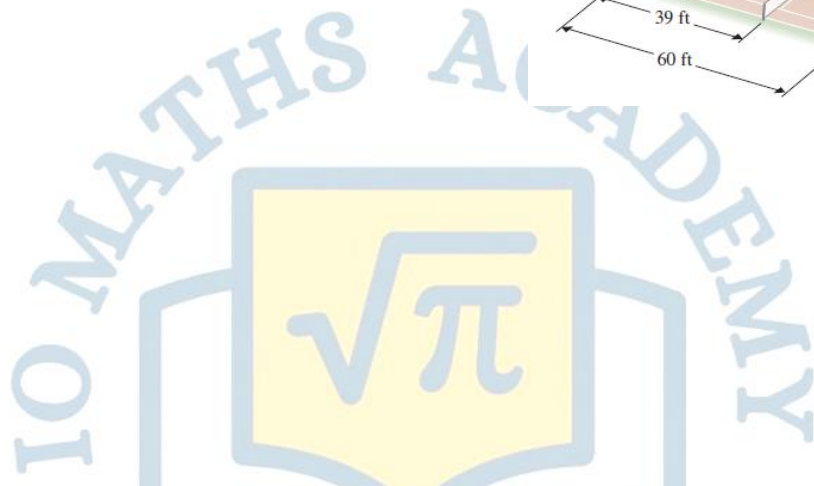
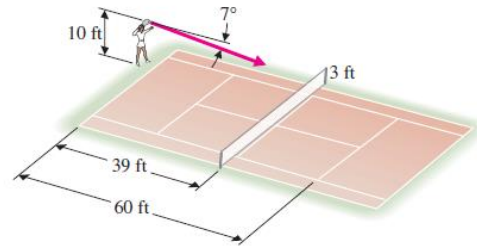
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q19

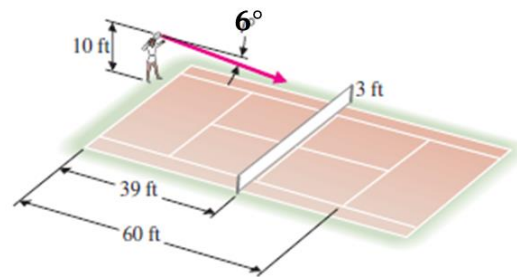
Venus Williams has one of the fastest serves in women's tennis. Suppose that she hits a serve from a height of **10 feet** at an initial speed of **120 mph** and at an angle of 6° below the horizontal. The serve is "in" if the ball clears a **3 high** net that is **39** away and hits the ground in front of the service line **60** away. (We illustrate this situation in Figure) Determine whether the serve is in or out.

تتميز فينوس ويليامز بواحد من أسرع الإرسالات في تنس السيدات. لنفترض أنها سددت إرسالاً من ارتفاع **10 أقدام** بسرعة ابتدائية **120 ميلاً في الساعة** وبزاوية 6° تحت الأفقي. يكون الإرسال "داخلاً" إذا تجاوزت الكرة شبكة ارتفاعها **3 أمتار** تبعد **39** ياردة، وارتطمت بالأرض أمام خط الإرسال على بعد **60** ياردة. (نوضح هذه الحالة في الشكل). حدد ما إذا كان الإرسال "داخلاً" أم "خارجاً".

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Q20

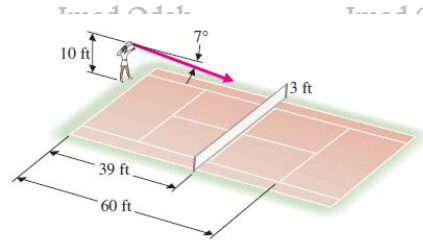
Venus Williams has one of the fastest serves in women's tennis. Suppose that she hits a serve from a height of **10 feet** at an initial speed of **170 ft/s** and at an angle of **7°** below the horizontal. The serve is "in" if the ball clears a **3 high** net that is **39** away and hits the ground in front of the service line **60** away. (We illustrate this situation in Figure) Determine whether the serve is in or out.

تتميز فينوس ويليامز بواحد من أسرع الإرسالات في تنس السيدات. لنفترض أنها سددت إرسالاً من ارتفاع **10 أقدام** بسرعة ابتدائية **170** قدمًا في الثانية وبزاوية **7°** تحت الأفقي. يكون الإرسال "داخلاً" إذا تجاوزت الكرة شبكة ارتفاعها **3** أمتار تبعد **39** ياردة، وارتطمت بالأرض أمام خط الإرسال على بعد **60** ياردة. (نوضح هذه الحالة في الشكل). حدد ما إذا كان الإرسال "داخلاً" أم "خارجاً".

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Imad Odeh



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

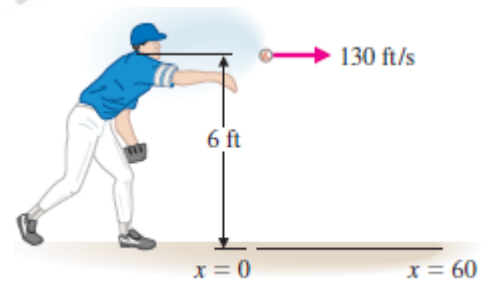
Imad Odeh

Imad Odeh

Q21

A baseball pitcher releases the ball horizontally from a height of **6 ft** with an initial speed of **130 ft/s**. Find the height of the ball when it reaches home plate **60 ft** away.

يطلق لاعب بيسبول الكرة أفقيًا من ارتفاع **6** أقدام بسرعة ابتدائية قدرها **130** قدمًا في الثانية. أوجد ارتفاع الكرة عندما تصل إلى لوحة البداية على بعد **60** قدمًا.



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q22

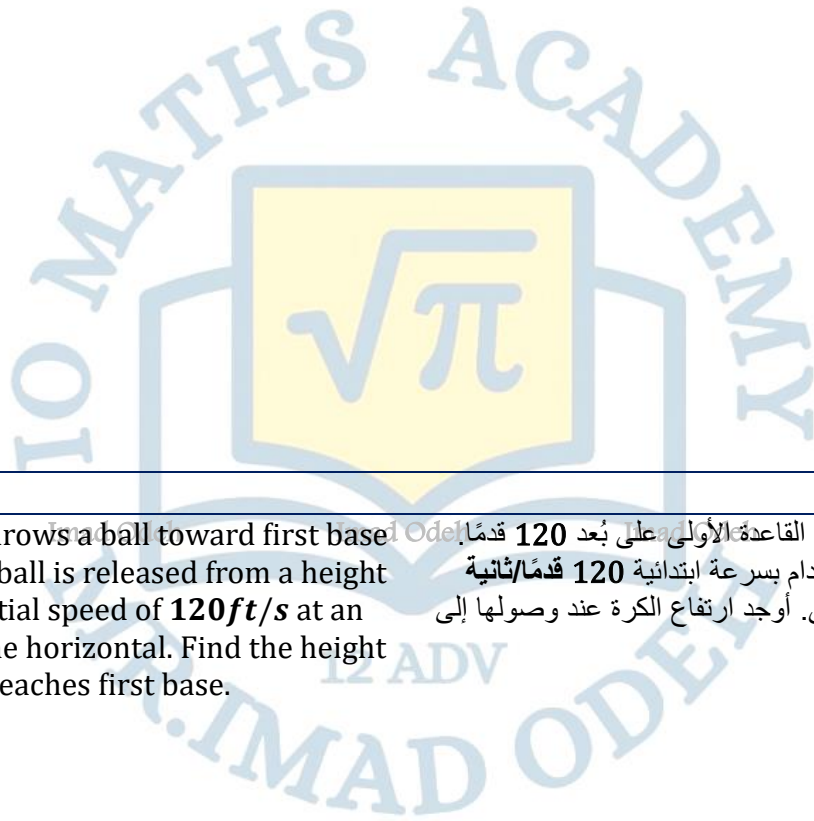
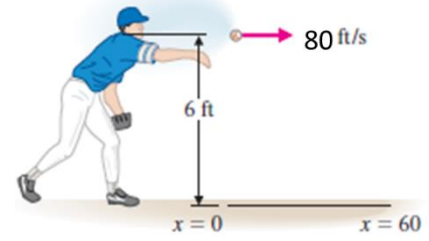
A baseball pitcher releases the ball horizontally from a height of **6 ft** with an initial speed of **80 ft/s**. Find the height of the ball when it reaches home plate **60 ft** away.

يطلق لاعب بيسبول الكرة أفقيًا من ارتفاع **6 قدم** بسرعة ابتدائية قدرها **80 قدمًا في الثانية**. أوجد ارتفاع الكرة عندما تصل إلى لوحة البداية على بعد **60 قدمًا**.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Q23

A baseball player throws a ball toward first base **120 feet** away. The ball is released from a height of **5 feet** with an initial speed of **120 ft/s** at an angle of **5°** above the horizontal. Find the height of the ball when it reaches first base.

رمى لاعب بيسبول كرة نحو القاعدة الأولى على بُعد **120 قدمًا**. أطلقت الكرة من ارتفاع **5 أقدام** بسرعة ابتدائية **120 قدمًا/ثانية** بزاوية **5 درجات** فوق الأفقي. أوجد ارتفاع الكرة عند وصولها إلى القاعدة الأولى.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 2P481

A plane at an altitude of **120 ft** drops supplies to a location on the ground. If the plane has a horizontal velocity of **100 ft/s**, how far from the target should the supplies be released?

طائرة على ارتفاع **120** قدماً تُلقي مؤنّاً إلى موقع على الأرض. إذا كانت سرعة الطائرة الأفقية **100 قدم/ثانية**، فما المسافة التي يجب أن تُطلق فيها المؤن من الهدف؟

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

أسئلة سنوات سابقة

Q1

An object is dropped from a height of **50 ft**. identify the initial conditions $y(0)$ and $y'(0)$

أسقط جسم من ارتفاع **50 ft**. حدد الشروط الابتدائية $y(0), y'(0)$

- a) $y(0) = 50, y'(0) = 0$
- b) $y(0) = -50, y'(0) = 0$
- c) $y(0) = 0, y'(0) = 50$
- d) $y(0) = 0, y'(0) = -50$

Q2

An object is released from a height of **40 ft** with an upward velocity **8 ft/s**. identify the initial conditions $y(0)$ and $y'(0)$

أطلق جسم من ارتفاع **40 ft** مع سرعة ابتدائية متجهة صعوداً **8 ft/s**. حدد الشروط الابتدائية $y(0), y'(0)$

- a) $y(0) = 40, y'(0) = 8$
- b) $y(0) = 8, y'(0) = 40$
- c) $y(0) = 0, y'(0) = 8$
- d) $y(0) = 0, y'(0) = -8$

Q3

An object is released from a height of **60 ft** with an upward velocity **10ft/s**. identify the initial conditions $y(0)$ and $y'(0)$

أطلق جسم من ارتفاع **60 ft** مع سرعة ابتدائية متجهة صعودا **10ft/s**
حدد الشروط الابتدائية $y(0), y'(0)$

a) $y(0) = 10, y'(0) = 0$

b) $y(0) = 60, y'(0) = -10$

c) $y(0) = 10, y'(0) = 60$

d) $y(0) = 60, y'(0) = 10$

Q4

An object is released from a height of **20 ft** with a downward velocity **4ft/s**. identify the initial conditions $y(0)$ and $y'(0)$

أطلق جسم من ارتفاع **20 ft** مع سرعة ابتدائية متجهة للأسفل **4ft/s**
حدد الشروط الابتدائية $y(0), y'(0)$

a) $y(0) = 20, y'(0) = 0$

b) $y(0) = 20, y'(0) = -4$

c) $y(0) = -4, y'(0) = 20$

d) $y(0) = 20, y'(0) = 4$

Q5

Find the time of flight of an object launched at angle 60° with initial speed **30 m/s**.

يتم إطلاق جسم من سطح الأرض بزاوية 60° بسرعة ابتدائية **30 m/s** اوجد زمن التحليق

a) $t = 2.08 s$

b) $t = 3.06 s$

c) $t = 5.30 s$

d) $t = 4.33 s$

Q6

Find the time of flight of an object launched at angle 30° with initial speed **40 m/s**.

يتم إطلاق جسم من سطح الأرض بزاوية 30° بسرعة ابتدائية **40 m/s** اوجد زمن التحليق

a) $t = 4.08 s$

b) $t = 7.07 s$

c) $t = 10 s$

d) $t = 17.3 s$

Q7

An object launched from the ground at angle 20° with initial speed 48 ft/s . Find the time of flight

يتم إطلاق جسم من سطح الأرض بزاوية 20° بسرعة ابتدائية 48 ft/s اوجد زمن التحليق

- a) $t = 1.026 \text{ s}$
 b) $t = 16.4 \text{ s}$
 c) $t = 2.03 \text{ s}$
 d) $t = 45.1 \text{ s}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q8

A diver drops from 30 ft above the water (about the height of an Olympic platform dive). What is the diver's velocity at impact?

يقفز غطاس من لوحة الغطس من ارتفاع 30 ft اوجد سرعة الغطاس عند الاصطدام بسطح الماء

- a) 1.37 ft/s
 b) 43.8 ft/s
 c) -1.37 ft/s
 d) -43.8 ft/s

Q9

Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

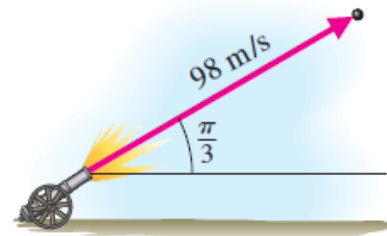
Imad Odeh

Imad Odeh

An object is launched at angle $\theta = \frac{\pi}{3}$ from the horizontal with initial speed $v_0 = 98 \text{ m/s}$. Determine the time of flight and the (horizontal) range of the projectile.

تم إطلاق جسم بزاوية $\theta = \frac{\pi}{3}$ مع الأفق وبسرعة ابتدائية $v_0 = 98 \text{ m/s}$ اوجد المسافة الأفقية التي يقطعها الجسم

- a) $10\sqrt{3}$
 b) 849 m
 c) 10 m
 d) 0 m



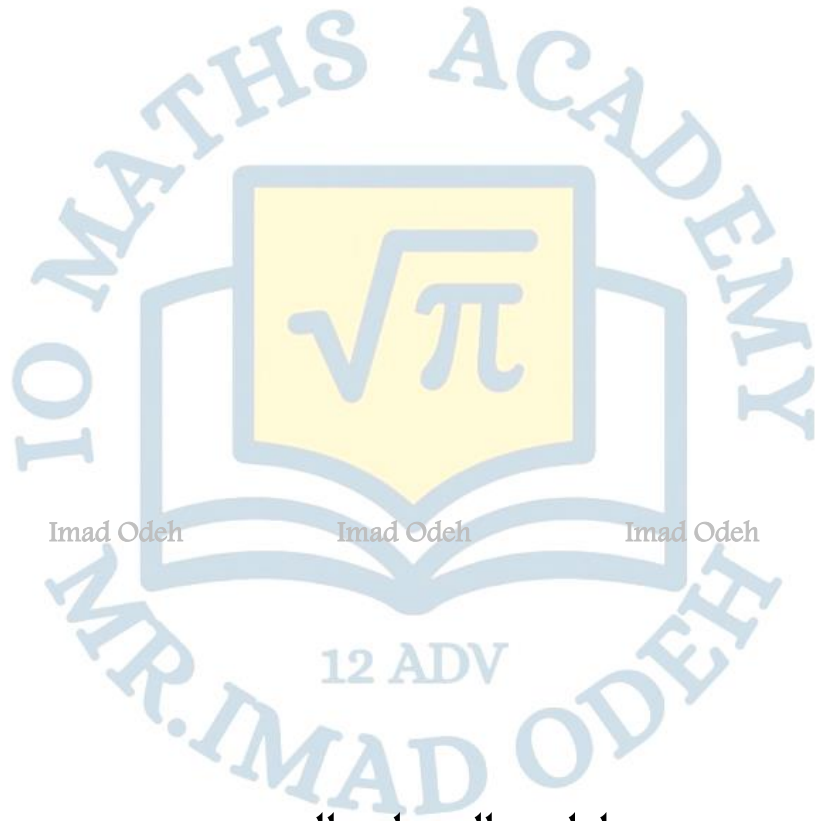
Odeh

Q10

A diver drops from **120 feet** above the water (about the height of divers at the Acapulco Cliff Diving competition). What is the diver's velocity at impact?

يقفز غطاس من ارتفاع $120ft$ اوجد سرعة الغطاس عند الاصطدام بسطح الماء

- a) $2.74ft/s$
 b) $87.68ft/s$
 c) $-2.74ft/s$
 d) $-87.68ft/s$



اطيبه التمنيات للجميع

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh