1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 2-4 إيجاد العلاقة بين المتتاليات الحسابية والدوال الخطية.

الدرس 2-4 تحديد المتتاليات الهندسية وإنشاؤها. إيجاد العلاقة بين المتتالية الهندسية والدوال الأسية.

بعد الدرس 2-4 كتابة صيغ تكرارية للمتتاليات الحسابية والهندسية.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- إذا ما تم إرسال رسالة بريد إلكتروني واحدة في الجولة الأولى، فكم عدد الرسائل التي أرسلت في الجولة الثانية؟ والجولة الثالثة؟ والجولة الرابعة؟ 5; 25; 125
- كيف يمكنك أن تحدد عدد رسائل البريد الإلكتروني المرسلة في كل جولة تالية من البريد الإلكتروني؟ اضرب العدد السابق في 5.
- ما المعادلة التي يمكن استخدامها لحساب عدد رسائل البريد الإلكتروني y بعد x جولة؟ $y = 5^x$

2-4 المتتاليات الهندسية في صورة دوال أسيّة

السابق
- ربطت المتتاليات الحسابية بالدوال الخطية.

الحالي
1. تحديد المتتاليات الهندسية وإنشاؤها.
2. ربط المتتاليات الهندسية بالدوال الأسيّة.

لماذا؟
- ترسل رسالة إلكترونية تسلسلية إلى صديق ليعيد إرسالها إلى خمسة أشخاص آخرين. يعيد كل من هؤلاء الأشخاص الخمسة الرسالة الإلكترونية إلى خمسة أشخاص آخرين. يشكّل عدد الرسائل الإلكترونية الجديدة متتالية هندسية.

المفردات الجديدة
متتالية هندسية
geometric sequence
نسبة مشتركة
common ratio

ممارسات في الرياضيات
حاول إيجاد البنية واستخدامها

1 التعرف على المتتاليات الهندسية ينشئ الشخص الأول 5 رسائل إلكترونية. إذا أرسل كل واحد من هؤلاء الأشخاص رسالة إلكترونية إلى 5 أشخاص آخرين، يتم إنشاء 25 رسالة إلكترونية. إذا أرسل كل واحد من الـ 25 شخصًا 5 رسائل إلكترونية، يتم إنشاء 125 رسالة إلكترونية. تسلسل الرسائل الإلكترونية الناشئة: 1, 5, 25, 125, ... يعد مثالاً على **متتالية هندسية**.

في المتتالية الهندسية، الحد الأول ليس صفرًا وكل حد بعد الأول يتحدد بضرب الحد السابق في قيمة ثابتة غير الصفر r تسمى **النسبة المشتركة** يمكن إيجاد النسبة المشتركة عبر قسمة أي حد على الحد السابق له.

مثال 1 تحديد المتتاليات الهندسية

حدد ما إذا كانت كل متتالية مما يلي حسابية، أم هندسية، أم ليست أيًا منهما. اشرح.

a. 256, 128, 64, 32, ...

أوجد نسب الحدود المتتابعة.

256 → 128 → 64 → 32

$\frac{128}{256} = \frac{1}{2}$ $\quad \frac{64}{128} = \frac{1}{2}$ $\quad \frac{32}{64} = \frac{1}{2}$

بما أن النسب ثابتة، فالمتتالية هندسية. النسبة المشتركة هي $\frac{1}{2}$.

b. 4, 9, 12, 18, ...

أوجد نسب الحدود المتتابعة.

4 → 9 → 12 → 18

$\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$ $\quad \frac{12}{9} = 1\frac{1}{3}$ $\quad \frac{18}{12} = 1\frac{1}{2}$

النسب ليست ثابتة. إذًا فالمتتالية ليست هندسية.

أوجد الفروق في الحدود المتتابعة.

4 → 9 → 12 → 18

$9 - 4 = 5$ $\quad 12 - 9 = 3$ $\quad 18 - 12 = 6$

لا يوجد فرق مشترك. إذًا فالمتتالية ليست حسابية. ولهذا، فالمتتالية ليست هندسية أو حسابية.

تمرين موجّه

1A. 1, 3, 9, 27, ...

1B. −20, −15, −10, −5, ...

1C. 2, 8, 14, 22, ...

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح McGraw-Hill Education

بمجرد معرفة النسبة المشتركة. يمكن توليد المزيد من الحدود في متتالية. يمكن إعادة كتابة القانون بالصيغة $a_n = a_1 r^{n-1}$، حيث n عدد الحدود و r هي النسبة المشتركة.

مثال 2 إيجاد حدود المتتاليات الهندسية

أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية هندسية.

a. 1, −4, 16, −64, ...

الخطوة 1 أوجد النسبة المشتركة.

1 ، −4 ، 16 ، −64

$\frac{-4}{1} = -4$ ، $\frac{16}{-4} = -4$ ، $\frac{-64}{16} = -4$

الخطوة 2 اضرب كل حد في النسبة المشتركة لإيجاد الحدود الثلاثة التالية.

−64 ، 256 ، −1024 ، 4096

×(−4) ، ×(−4) ، ×(−4)

الحدود الثلاثة التالية هي 256 و −1024 و 4096.

b. 9, 3, 1, $\frac{1}{3}$ ...

الخطوة 1 أوجد النسبة المشتركة.

9 ، 3 ، 1 ، $\frac{1}{3}$

$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ ، $\frac{\frac{1}{3}}{1} = \frac{1}{3}$

قيمة r هي $\frac{1}{3}$.

الخطوة 2 اضرب كل حد في النسبة المشتركة لإيجاد الحدود الثلاثة التالية.

$\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{9}$ ، $\frac{1}{27}$ ، $\frac{1}{81}$

$\times\frac{1}{3}$ ، $\times\frac{1}{3}$ ، $\times\frac{1}{3}$

الحدود الثلاثة التالية هي $\frac{1}{9}$ و $\frac{1}{27}$ و $\frac{1}{81}$.

تمرين موجّه

2A. −3, 15, −75, 375, ...

2B. 24, 36, 54, 81, ...

نصيحة دراسية

البناء إذا كانت حدود متتالية هندسية تتبدل من حدود موجبة إلى سالبة أو بالعكس، فالنسبة المشتركة سالبة.

الربط بتاريخ الرياضيات

توماس روبرت مالثوس (1766–1834) درس مالثوس أعداد السكان وكانت له آراء مثيرة للجدل في مستقبل سكان العالم. ذكر في أبحاثه أن: "السكان يتزايدون بنسبة هندسية، بينما تتزايد سبل المعيشة بنسبة حسابية."

2 المتتاليات والدوال الهندسية

المتتاليات والدول الهندسية سيكون من السهل التوصل إلى الحد n في متتالية هندسية إذا استخدمنا الطريقة المذكورة أعلاه. يوضح الجدول أدناه قاعدة لإيجاد الحد رقم n في متتالية هندسية.

الموضع، n	n	...	4	3	2	1
الحد، n^{th}	$a_1 r^{n-1}$	...	$a_1 r^3$	$a_1 r^2$	$a_1 r$	a_1

لاحظ أن النسبة المشتركة بين الحدود هي r. يوضح الجدول أنه للوصول إلى الحد n، فإنك تضرب الحد الأول في النسبة المشتركة r مرفوعة إلى القوة الأسية $n - 1$. يمكن تعريف المتتالية الهندسية بدالة أسية تمثل فيها n المتغير المستقل، و a_n هي المتغير التابع و r هي الأساس. المجال هو أعداد الحدود.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التعرف على المتتاليات الهندسية

المثال 1 يوضح كيفية تحديد ما إذا كانت المتتالية حسابية أم هندسية أم ليست أيًا منهما. **المثال 2** يوضح كيفية حساب الحدود الإضافية لمتتالية هندسية.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الموجهة الموجودة بعد كل مثال للوقوف على استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 حدد ما إذا كانت كل متتالية *حسابية* أم *هندسية* أم *ليست أيًا منهما*. وضّح السبب.

a. 0, 8, 16, 24, 32, ...

حسابية، والفرق المشترك يبلغ 8.

b. 64, 48, 36, 27, ...

هندسية، النسبة المشتركة تبلغ $\frac{3}{4}$.

2 أوجد الحدود الثلاثة التالية في كل متتالية هندسية.

a. 1, −8, 64, −512, ...

4096; −32,768; 262,144

b. 40, 20, 10, 5, ... $\frac{5}{2}$، $\frac{5}{4}$، $\frac{5}{8}$

2 المتتاليات والدوال الهندسية

المثال 3 يوضح كيفية حساب الحد النوني لمتتالية هندسية. **المثال 4** يوضح كيفية استخدام بيانات من الحياة اليومية لرسم تمثيل بياني لمتتالية هندسية.

تدريس الممارسات في الرياضيات

البنية يبعن الطلاب البارعون في علم الرياضيات النظر جيدًا لتمييز النمط أو البنية. اطلب من الطلاب أن يوضحوا السبب وراء كون الفرق المشترك سالبًا عند تغيير إشارات الحدود.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

المدونة على مدونة صفك، اجعل الطلاب يكتبوا إدخال مدونة يصف العلاقة بين المتتاليات الهندسية والدوال الأسية.

إجابات إضافية (تمرين موجّه)

1A. هندسية، النسبة المشتركة هي 3.

1B. حسابية، الفرق المشترك هو 5.

1C. ليست أيًا منهما، لا توجد نسبة مشتركة أو فرق مشترك.

التركيز على محتوى الرياضيات

النسبة المشتركة عند إيجاد النسبة المشتركة، من الضروري أن تعد النسبة بالترتيب الصحيح. فمثلاً، في المثال 1، تم إعداد النسبة على أن تكون $\frac{256}{128}$ بدلاً من $\frac{128}{256}$. وتم إيجاد نسبة 2 غير صحيحة. لا بد وأن تلاحظ أنه عندما تكون المتتالية الهندسية متناقصة، فإن النسبة المشتركة لا بد وأن تكون بين 0 و 1.

المفهوم الأساسي الحد n لمتتالية هندسية

يتحدد a_n الحد النوني n لمتتالية هندسية حيث الحد الأول a_1 والنسبة المشتركة r بالقانون التالي. حيث n و a_1 هي أي عدد صحيح موجب و $r \neq 0$.

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

مثال 3 إيجاد الحد n لمتتالية هندسية

a. اكتب معادلة للحد n للمتتالية ... −6, 12, −24, 48.

الحد الأول في المتتالية هو −6. إذًا $a_1 = -6$. أوجد الآن النسبة المشتركة.

−6 → 12 → −24 → 48

النسبة المشتركة هي −2

$\frac{12}{-6} = -2$ $\quad \frac{-24}{12} = -2$ $\quad \frac{48}{-24} = -2$

$a_n = a_1 r^{n-1}$ قانون الحد رقم n

$a_n = -6(-2)^{n-1}$ $a_1 = -6$ و $r = 2$

b. أوجد الحد التاسع في هذه المتتالية.

$a_n = a_1 r^{n-1}$ قانون الحد رقم n

$a_9 = -6(-2)^{9-1}$ للحد رقم $n = 9$.

$= -6(-2)^8$ بسّط.

$= -6(256)$ $(-2)^8 = 256$

$= -1536$

تمرين موجّه

3. اكتب معادلة للحد n في المتتالية الهندسية ... 96, 48, 24, 12, . ثم أوجد الحد العاشر في المتتالية.

انتبه!

النسبة المشتركة السالبة

إذا كانت النسبة المشتركة سالبة، كما في المثال 3، فتأكد من إدراج النسبة المشتركة بين قوسين. $-2 \neq 8(-2)$

الربط بالحياة اليومية

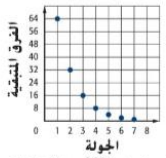
جرت أول مسابقة لاتحاد الرياضات الجامعية الوطني لكرة السلة للنساء في عام 1982. فازت جامعة تينيسي بأكثر الألقاب الوطنية بتحقيقها 8 ألقاب حتى عام 2010.

المصدر: NCAA الرياضية

مثال 4 من الحياة اليومية تمثيل متتالية هندسية بيانيًا

كرة السلة تبدأ بطولة الاتحاد الوطني للرياضة الجامعية لكرة السلة للنساء بـ 64 فريقًا. في كل جولة، يتبقى نصف الفرق في المنافسة إلى أن يتبقى فريق واحد فقط. ارسم تمثيلاً بيانيًا لتمثيل عدد الفرق المتبقية في كل جولة.

بالمقارنة بالجولات السابقة، يبقى نصف الفرق. إذًا $r = \frac{1}{2}$. ولهذا، المتتالية الهندسية التي تمثل هذا الموقف هي 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1. إذًا في الجولة الثانية، يتنافس 32 فريقًا. وفي الجولة الثالثة يتنافس 16 فريقًا وهكذا. استخدم هذه المعلومات لرسم تمثيل بياني.



تمرين موجّه

4. التنس سقطت كرة تنس من ارتفاع 12 مترًا. ترتد الكرة في كل مرة حتى 80% من الارتفاع الذي سقطت منه. ارسم تمثيلاً بيانيًا لتمثيل ارتفاع الكرة بعد كل ارتداد.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز

المتعلمون بطريقة التواصل قسّم الطلاب إلى مجموعات ذات قدرات متنوعة في الرياضيات. اجعل المجموعات تناقش الفروق بين المتتاليات الحسابية والمتتاليات الهندسية. اقترح عليهم أن يتعاونوا معًا لعمل ملاحظات واضحة ومختصرة ودقيقة لها وللمفاهيم الأخرى التي تعلموها في هذا الدرس.

أمثلة إضافية

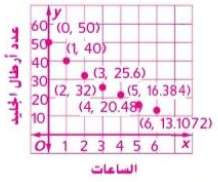
3 a. اكتب معادلة لحساب الحد النوني للمتتالية الهندسية

1, −2, 4, −8, ...

$a_n = 1 \cdot (-2)^{n-1}$

b. أوجد الحد الثاني عشر في هذه المتتالية. 2048−

4 فنون تمثال من الجليد يزن 50 كيلوجرامًا يذوب بمعدل يجعل 80% من وزنه تظل موجودة كل ساعة. ارسم تمثيلاً بيانيًا يعبر عن عدد الأرطال التي ستتبقى من التمثال كل ساعة.



إرشاد للمعلمين الجدد

القوة الأسية لـ r تأكد من قيام الطلاب برفع r إلى الأس $(n-1)$ في معادلاتهم من أجل الحد النوني للمتتالية الهندسية، بدلاً من n.

تدريس الممارسات في الرياضيات

الاستنتاج الطلاب البارعون في الرياضيات يهتمون ببعض الكميات، وليس فقط بكيفية حسابها. في التمرين 32، سل الطلاب عن السبب وراء عدم كون النسبة المشتركة 0.2. ما مدى علاقة النسبة المشتركة ببعض المتتالية؟

إجابات إضافية (تمرين موجّه)

4.

كرة التنس

التحقق من فهمك

مثال 1 **حدد ما إذا كانت كل متتالية *حسابية*، أم *هندسية*، أم *ليست أيًا منهما*. اشرح.**

1. 200, 40, 8, ...
2. 2, 4, 16, ...
3. −6, −3, 0, 3, ...
4. 1, −1, 1, −1, ...

مثال 2 **أوجد الحدود الثلاثة التالية في كل متتالية هندسية.**

5. 10, 20, 40, 80, ...
6. 100, 50, 25, ...
7. 4, −1, $\frac{1}{4}$, ...
8. −7, 21, −63, ...

مثال 3 **اكتب صيغة للحد النوني n في كل متتالية هندسية وأوجد الحد المشار إليه.**

9. الحد الخامس في ..., −6, −24, −96
10. الحد السابع في ..., −1, 5, −25
11. الحد العاشر في ..., 72, 48, 32
12. الحد التاسع في ..., 112, 84, 63

مثال 4 13. **التجربة** في تجربة في حصة لمادة الفيزياء، أسقطت ليمبس كرة من ارتفاع 16 مترًا. يصل كل ارتداد إلى 70% من ارتفاع الارتداد السابق. ارسم تمثيلًا بيانيًا لتمثيل ارتفاع الكرة بعد كل ارتداد.

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **حدد ما إذا كانت كل متتالية *حسابية*، أم *هندسية*، أم *ليست أيًا منهما*. اشرح.**

14. 4, 1, 2, ...
15. 10, 20, 30, 40, ...
16. 4, 20, 100, ...
17. 212, 106, 53, ...
18. −10, −8, −6, −4, ...
19. 5, −10, 20, 40, ...

مثال 2 **أوجد الحدود الثلاثة التالية في كل متتالية هندسية.**

20. 2, −10, 50, ...
21. 36, 12, 4, ...
22. 4, 12, 36, ...
23. 400, 100, 25, ...
24. −6, −42, −294, ...
25. 1024, −128, 16, ...

مثال 3 26. الحد الأول في متسلسلة هندسية هو 1. والنسبة المشتركة هي 9. ما الحد الثامن في المتتالية؟

27. الحد الأول في متسلسلة هندسية هو 2. والنسبة المشتركة هي 4. ما الحد الرابع عشر في المتتالية؟

28. ما الحد الخامس عشر في المتتالية الهندسية ..., −81, 27, −9؟

29. ما الحد العاشر في المتتالية الهندسية ..., 96, −24, 6؟

مثال 4 30. **البندول** تظهر حركة الأرجحة الأولى لبندول. في كل حركة أرجحة تالية، يبلغ طول القوس 60% من طول حركة الأرجحة السابقة. ارسم تمثيلًا بيانيًا يمثل طول القوس بعد كل حركة أرجحة.

31. أوجد الحد الثامن في متتالية هندسية بحيث تكون $a_3 = 81$ و $r = 3$.

32. **التبرير** في موقع خرائط عبر الإنترنت. يلاحظ السيد عدنان أنه عندما ينقر فوق نقطة على الخريطة، تقوم الخريطة بتكبير تلك النقطة. يزيد التكبير بنسبة 20% في كل مرة.

a. اكتب قانونًا للحد رقم n في المتتالية الهندسية يمثل التكبير في كل مستوى تكبير. (*إرشاد:* النسبة المشتركة ليست 0.2 فقط.)

b. ما الحد الرابع في هذه المتتالية؟ ما الذي يمثله؟

حقوق الطبع والتأليف © مجموعة ليرنان مؤسسة McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	14–31, 39–69	43–46, فردي 15–31	30–14, زوجي 42–39, 69–47
OL أساسي	32–37, فردي 15–31, 39–69	14–31, 43–46	32–37, 39–42, 47–69
BL متقدم	32–63, (اختياري: 64–69)		

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 13–1 للتحقق من استيعاب الطلاب.

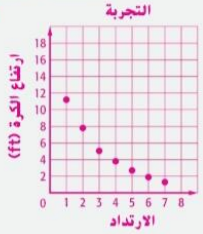
استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

ملاحظات لحل التمرين

ورق المربعات للتمارين 13, 30, 37, 53–55. سيحتاج الطلاب إلى ورق مربعات.

إجابات إضافية

5. 160, 320, 640
6. 12.5, 6.25, 3.125
7. $-\frac{1}{16}, \frac{1}{64}, -\frac{1}{256}$
8. 189, −567, 1701
13. التجربة



14. ليست أيًا منهما؛ لا توجد نسبة مشتركة أو فرق مشترك.
15. حسابية، الفرق المشترك هو 10.
16. هندسية، النسبة المشتركة هي 5.
17. هندسية، النسبة المشتركة هي $\frac{1}{2}$.
18. حسابية، الفرق المشترك هو 2.
19. ليست أيًا منهما؛ لا توجد نسبة مشتركة أو فرق مشترك.
20. −250, 1250, −6250
21. $\frac{4}{3}, \frac{4}{9}, \frac{4}{27}$
22. 108, 324, 972
23. $\frac{25}{4}, \frac{25}{16}, \frac{25}{64}$
24. −2058; −14,406; −100,842
25. $-2, \frac{1}{4}, -\frac{1}{32}$

تدريس الممارسات في الرياضيات

النقد يمكن للطلاب البارعين في الرياضيات أن يقرؤوا فرضيات الآخرين ويقرروا ما إذا كانت منطقية أم لا. في التمرين 39، انصح الطلاب بأن يبدؤوا بمقارنة الفرضيات سطرًا تلو الآخر ليكتشفوا الفروق.

33. **المصروف** عرض والدا ليلى عليها خيارين لتحصل على مصروفها على مدار 9 أسابيع خلال الصيف. يمكنها أن تحصل على AED 30 كل أسبوع أو AED 1 في الأسبوع الأول و AED 2 في الأسبوع الثاني و AED 4 في الأسبوع الثالث وهكذا.

a. هل يمثل الخيار الثاني متتالية هندسية؟ اشرح.

b. ما الخيار الذي ينبغي أن تختاره ليلى؟ اشرح.

34. **مثلث سيربنسكي** فكّر في المثلثات المتساوية الأضلاع المرسومة على اليسار. يبلغ محيط كل مثلث نصف محيط المثلث الأكبر التالي. فما محيط أصغر مثلث؟

35. إذا كان الحد الثاني في المتتالية الهندسية هو 3 والحد الثالث هو 1، فأوجد الحدين الأول والرابع في المتتالية.

36. إذا كان الحد الثالث في المتتالية الهندسية هو 12− والحد الرابع هو 24، فأوجد الحدين الأول والخامس في المتتالية.

37. **الزلازل** يستخدم مقياس ريختر لقياس قوة الزلزال. يوضح الجدول الزيادة في مقدار القيم على مقياس ريختر.

رقم ريختر (x)	الزيادة في المقدار (y)	معدل التغير (الميل)
1	1	–
2	10	9
3	100	
4	1000	
5	10,000	

a. انسخ الجدول وأكمله. تذكر أن معدل التغير هو التغير في y مقسومًا على التغير في x.

b. ارسم الأزواج المرتبة (الزيادة في المقدار، رقم ريختر).

c. صف التمثيل البياني الذي صنعته من بيانات مقياس ريختر. هل معدل التغير بين أي نقطتين واحد؟

d. اكتب معادلة أسيّة تمثل مقياس ريختر.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

38. **التحدي** اكتب متتالية هندسية وحسابية. اشرح إجابتك.

39. **التفكير النقدي** يعمل إبراهيم وأحمد على التوصل إلى الحد التاسع في المتتالية الهندسية ... ,20− ,10 ,5− . فهل أيّ منهما على صواب؟ وضّح استنتاجك.

إبراهيم

$r = \frac{10}{-5}$ أو -2

$a_9 = -5 \times (-2)^{9-1}$

$= -5 \times -256$

$= 1280$

أحمد

$r = \frac{10}{-5}$ أو -2

$a_9 = -5 \cdot (-2)^{9-1}$

$= -5(512)$

$= -2560$

40. **التبرير** اكتب متتالية أعداد تشكل نمطًا لكنها ليست حسابية ولا هندسية. اشرح النمط.

41. **الكتابة في الرياضيات** ما وجه الشبه بين التمثيلات البيانية للمتتاليات الهندسية والدوال الأسيّة؟ هل هي مختلفة؟

42. **الكتابة في الرياضيات** اذكر بإيجاز كيفية التوصل إلى حد معين في متتالية هندسية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

126 | الدرس 4-2 | المتتاليات الهندسية في صورة دوال أسيّة

تدريب على الاختبار المعياري

43. أوجد الحد الحادي عشر في المتتالية الهندسية 3, −6, 12, −24, ...

A 6144
B 3072
C 33
D −6144

44. ما إجمالي مبلغ الاستثمار الظاهر في الجدول أدناه إذا كانت المرابحة مركبة شهريًا؟

الأولي	
طول مدة الاستثمار	4 سنوات
نسبة المرابحة السنوية	5.25%

F AED 613.56
G AED 616.00
H AED 616.56
J AED 718.75

45. إجابة قصيرة تملك أسماء مبلغ AED 6.50 بعملات من فئات 25 فلسًا و 10 فلسات. إذا كانت لديها 35 عملة إجمالًا، فكم عدد العملات التي لديها من كل فئة؟

46. ما مجال ومدى الدالة $y = 4(3^x) - 2$؟

A D = {كل الأعداد الحقيقية}, R = {$y|y > -2$}
B D = {كل الأعداد الحقيقية}, R = {$y|y > 0$}
C D = {كل الأعداد الصحيحة}, R = {$y|y > -2$}
D D = {كل الأعداد الصحيحة}, R = {$y|y > 0$}

مراجعة شاملة

أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية هندسية.

47. 2, 6, 18, 54, ...
48. −5, −10, −20, −40, ...
49. 1, $-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $-\frac{1}{8}$, ...
50. −3, 1.5, −0.75, 0.375, ...
51. 1, 0.6, 0.36, 0.216, ...
52. 4, 6, 9, 13.5, ...

مثّل كل دالة بيانيًا. أوجد المقطع من المحور الرأسيّ y واذكر المجال والمدى.

53. $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x - 5$
54. $y = 2(4)^x$
55. $y = \frac{1}{2}(3^x)$

56. التخطيط المساحي تنمو شجرة صنوبر أزرق بمقدار 15 سنتيمترًا كل سنة في المتوسط. التخطيط المساحي ينمو نبات الشوكران بمقدار 10 سنتيمترات كل سنة في المتوسط. إذا كان طول الصنوبر الأزرق يبلغ 120 سنتيمترًا وطول الشوكران 180 سنتيمترًا، فاكتب نظام معادلات لتمثيل نموهما. أوجد الحل وفسره في سياق الموقف.

المبلغ	الشيك
AED 1300	750
AED 947	751

57. المال يفرض سيتي بنك حذا أدنى للرصيد يبلغ AED 1500 للحفاظ على مجانية خدمات إصدار الشيكات. إذا كان السيد إسماعيل سيكتب شيكات بالمبالغ المدرجة في الجدول، فما المبلغ الذي ينبغي أن يبدأ به لكي يحصل على إصدار الشيكات مجانًا؟

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم باستخدام الميل المعطى والمقطع من المحور الرأسيّ y المعطاة.

58. الميل: 4، المقطع من المحور الرأسيّ y: 2
59. الميل: 3−، المقطع من المحور الرأسيّ y: $-\frac{2}{3}$
60. الميل: $-\frac{1}{4}$ ، المقطع من المحور الرأسيّ y: 5−
61. الميل: $\frac{1}{2}$، المقطع من المحور الرأسيّ y: 9−
62. الميل: $-\frac{2}{5}$، المقطع من المحور الرأسيّ y: $\frac{3}{4}$
63. الميل: 6−، المقطع من المحور الرأسيّ y: 7−

مراجعة المهارات

حوّل كل تعبير لأبسط صورة. وإن لم يكن ذلك ممكنًا، فاكتب *هذه أبسط صورة*.

64. $3u + 10u$
65. $5a - 2 + 6a$
66. $6m^2 - 8m$
67. $4u^2 + w + 15w^2$
68. $13(5 + 4a)$
69. $(4t - 6)16$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL BL

التوسع غالبًا ما لا يبدو أن لمتتاليات الأعداد، في العمليات الحسابية الأولى، نمطًا. في بعض الأحيان، ينتج عن الفروق بين الحدود أنفسها متتالية يمكن استخدامها من أجل تحديد الحد التالي في المتتالية الأصلية. اطلب من الطلاب أن يحددوا الحد السادس في المتتالية .... 4, 7, 14, 25, 40, اجعلهم يوضحوا كيفية حسابهم لهذا الحد.

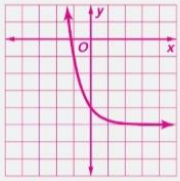
4 7 14 25 40 59
+3 +7 +11 +15 +19
+4 +4 +4 +4

4 التقويم

تعيين مصطلح الرياضيات امنح كل طالب واحدة من المتتاليات الهندسية الخمس المختلفة. اطلب منهم أن يشرحوا كيفية حساب النسبة المشتركة لمتتاليتهم.

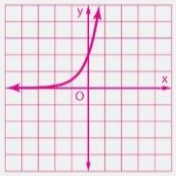
إجابات إضافية

47. 162, 486, 1458
48. −80, −160, −320
49. $\frac{1}{16}$, $-\frac{1}{32}$, $\frac{1}{64}$
50. −0.1875, 0.09375, −0.046875
51. 0.1296, 0.07776, 0.046656
52. 20.25, 30.375, 45.5625
53.



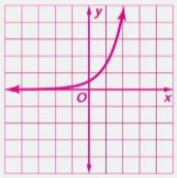
−4; D = {كل الأعداد الحقيقية}; R = {$y|y > -5$}

54.



−2; D = {كل الأعداد الحقيقية}; R = {$y|y > -0$}

55.



$\frac{1}{2}$; D = {كل الأعداد الحقيقية}; R = {$y|y > 0$}

1 التركيز

الهدف حساب وتفسير متوسط معدل التغيير للدالة الأسية.

المواد الخاصة لكل طالب

- ورق مربعات

نصيحة للتدريس

اجعل الطلاب يستخدموا القيم المتزايدة لـ x 25 على المحور الرأسي. فهذا سيمنحهم شرحًا أوضح للفرق بين التمثيلين البيانيين.

2 التدريس

العمل في مجموعات متعاونة

قسّم الطلاب على مجموعات متنوعة القدرات من اثنين أو ثلاثة طلاب. واطلب من المجموعات إكمال الأنشطة والتمرين 1.

- ناقش مدى تأثير طول الفترة الزمنية للاستثمار على المقارنة بين الخطط.
- اجعل الطلاب يوضحوا شكل التمثيل البياني لكل خطة ويناقشون مدى ارتباط الشكل بقيم متوسط معدل التغيير.

تمرين اطلب من الطلاب إتمام التمارين من 1 إلى 4.

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 3 لتقويم قدرة الطلاب على حساب وتفسير متوسط معدل التغيير.

من العملي إلى النظري

بعد أن يكمل الطلاب التمرين 4، اجعلهم يناقشوا سمات التمثيل البياني التي يمكنهم تحديدها من خلال فحص متوسط معدل التغيير لدالة ما.

تدريس الممارسات في الرياضيات

الانتظام الطلاب المتفوقون في الرياضيات يلاحظون ما إذا كانت العمليات الحسابية متكررة أم لا، ويبحثون عن الأساليب والطرق المختصرة العامة. في التمرين 4، انصح الطلاب بأن يبحثوا عن الانتظام في عملياتهم الحسابية ويستخدموه.

مختبر الجبر

2-4 متوسط معدل التغير في الدوال الأسيّة

أنت تعلم أن معدل التغير في الدالة الخطية ثابت بالنسبة لأي نقطتين على التمثيل البياني. معدل تغير دالة أسية ليس ثابتًا.

النشاط تقييم خطط الاستثمار

يملك علي 2000 AED لاستثمارها في إحدى خطتين. تقدم الخطة 1 زيادة على مبلغه الأولي تبلغ 75 AED كل عام، بينما تعرض الخطة 2 دفع مرابحة مركبة شهريًا تبلغ 3.6%. تُحدد قيمة الدرهم لكل استثمار بعد t أعوام بـ $A_1 = 2000 + 75t$ و $A_2 = 2000(1.003)^{12t}$ على الترتيب. استخدم قيم الدالة ومتوسط معدل التغير والتمثيلات البيانية للمعادلات لتفسير الخطط والمقارنة بينها.

الخطوة 1 انسخ الجدول أدناه واستكمله بإيجاد القيم المجهولة لكل من A_1 و A_2.

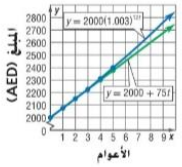
t	0	1	2	3	4	5
A_1						
A_2						

الخطوة 2 أوجد متوسط معدل التغير لكل خطة من $t = 0$ إلى 1، و $t = 3$ إلى 4، و $t = 0$ إلى 5.

الخطة 1: $\frac{2075 - 2000}{1 - 0}$ أو 75 $\frac{2300 - 2225}{4 - 3}$ أو 75 $\frac{2375 - 2000}{5 - 0}$ أو 75

الخطة 2: $\frac{2073.2 - 2000}{1 - 0}$ أو 73.2 $\frac{2309.27 - 2227.74}{4 - 3}$ أو حوالي 82 $\frac{2393.79 - 2000}{5 - 0}$ أو حوالي 79

الخطوة 3 مثّل بيانيًا الأزواج المرتبة لكل دالة. قم بالتوصيل بين كل مجموعة نقاط بمنحنى منتظم.



الخطوة 4 استخدم التمثيل البياني ومعدلات التغير للمقارنة بين الخطط. كلا التمثيلين البيانيين له معدل تغير يبلغ في العام الأول حوالي 75 AED في السنة. من العام 3 إلى 4، تواصل الخطة 1 الزيادة بمعدل 75 AED في السنة. لكن الخطة 2 تنمو بمعدل يزيد على 81 AED في السنة. متوسط معدل التغير على مدار أول خمسة أعوام في الخطة 1 يبلغ 75 AED في العام وللخطة 2 يزيد على 78 AED في العام. يشير هذا إلى أنه مع زيادة عدد الأعوام، ينمو الاستثمار في الخطة 2 بمعدل أسرع بشكل متزايد. يدعم هذا الفجوة المتزايدة بين تمثيليهما البيانيين.

تمارين

تنخفض قيمة أحد أجهزة الشركة مع الوقت بسبب الإستهلاك. تمثل الدالة $y = 16{,}000(0.985)^{2t}$ القيمة بعد t أعوام.

1. ما متوسط معدل التغير على مدى أول خمس أعوام؟
2. ما متوسط معدل التغير في القيمة من العام 5 إلى العام 10؟
3. ما الاستنتاج الخاص بالقيمة الذي يمكن أن تتوصل إليه بناء على متوسطات معدلات التغير هذه؟
4. **الانتظام** انسخ الجدول واستكمله لـ $y = x^4$.

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y							

قارن متوسط معدل التغير لـ $x = -3$ إلى 0 ولـ $x = 0$ إلى 3 وفسّر ذلك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education